

ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ

ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶ್ರೀಕೃಷ್ಣ ಇಲಾಖೆ

ಉಪನಿದೇಶಕರು(ಅಭಿವೃದ್ಧಿ)ರವರ ಕಾರ್ಯಾಲಯ , ಡಯಂಟ್ ,
ಬೆಂಗಳೂರು ನ್ಯಾ. ಜಿಲ್ಲೆ.

ಗಣತ ಪ್ರಶ್ನೋತ್ತರ ಕೋಡಿ 2019-20

ತರಗತಿ : 10

ಮುನ್ಮುಡಿ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥ್ಯಾಸ ಯಾವ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಮನುಷ್ಯನನ್ನು ಮನುಷ್ಯದೆಸುವುದೋ ಅದೇ ಅವನ ಭವಿಷ್ಯವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಗ್ರೀಕ್ ತತ್ವಜ್ಞಾನಿ ಪ್ಲೇಟೋನ ಮಾತಿನಂತೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಜೀವನದ ಅತಿ ಮುಖ್ಯಪಣಿ 10ನೇ ತರಗತಿ. ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪಡೆಯುವ ಶಿಕ್ಷಣ ಹಾಗೂ ಫಲಿತಾಂಶ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಬದುಕಿಗೆ ಹೊಸ ತಿರುವನ್ನು ನೀಡುವುದಲ್ಲದೆ ಉತ್ತಮ ಭವಿಶ್ಯದ ಬುನಾದಿಗೆ ನಾಂದಿಯಾಗಬಲ್ಲದು. ಪ್ರತಿ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಬೆಂಗಳೂರು ಜಿಲ್ಲೆಯ ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ. ಫಲಿತಾಂಶ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಲು ಡಯಿಟ್‌ವರ್ತಿಯಿಂದ ಹಲವಾರು ಪ್ರಯತ್ನಗಳನ್ನು ಮಾಡಲಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಆದರೆ ಪ್ರಸಕ್ತ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ವರ್ಷ 2019-20 ರಲ್ಲಿ ವಿನೂತನ ಪ್ರಯತ್ನಪೋಂದನ್ನು ಮಾಡಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ನೀವು ಆಶಿಸುವ ಬದಲಾವಣೆ ನಿಮ್ಮಿಂದಲೇ ಆರಂಭವಾಗಬೇಕು ಎಂಬ ಮಹಾತ್ಮೆ ಗಾಂಧಿಜಿಯವರು ಉಕ್ತಿಯಂತೆ ಈ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಗುಣಾತ್ಮಕ ಫಲಿತಾಂಶದ ಗುರಿಯನ್ನು ಹೊಂದಲಾಗಿದೆ. ಈ ಸಿಬ್ಬಂದ 2018-2019 ನೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ಜಿಲ್ಲೆಯು ಒಟ್ಟಾರೆ ಫಲಿತಾಂಶದಲ್ಲಿ 3 ನೇ ಸಾಫ್ನವನ್ನು ಪಡೆದು, ಗುಣಾತ್ಮಕ ಫಲಿತಾಂಶದಲ್ಲಿ 5 ನೇ ಸಾಫ್ನವನ್ನು ಪಡೆದಿತ್ತು. ಹೆಚ್ಚಿನ ಗುಣಾತ್ಮಕ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಉದ್ದೇಶದಿಂದ ಸರ್ಕಾರಿ ಪೌರ್ಣಶಾಲೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕರಿಣವೆನಿಸುವ ಗಣಿತ ವಿಷಯವನ್ನು ಅತ್ಯಂತ ಸರಳೀಕರಿಸಿ, ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಸುಲಭವಾಗಿ ಅಧ್ಯ್ಯೇಸಿಕೊಂಡು ಪರೀಕ್ಷೆ ಎದುರಿಸಿ ಉತ್ತಮ ಗುಣಮಟ್ಟದ ಫಲಿತಾಂಶ ಪಡೆಯುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ವರ್ತಿಯಿಂದ ಡಯಿಟ್. ಬೆಂಗಳೂರು ಗ್ರಾ.ಜಿಲ್ಲೆ. ಮೂಲಕ ಘಟಕವಾರು ಮುಖ್ಯ ಅಂಶಗಳು, ಸಂಭವನೀಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಮತ್ತು ಮಾದರಿ ಉತ್ತರಗಳು, ಮುಖ್ಯ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನೂ ಗೊಂಡಿರುವ ಮಸ್ತಕಪೋಂದನ್ನು ಹೊರತರಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮಸ್ತಕವನ್ನು ಪ್ರತಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ತಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಗುಣಾತ್ಮಕ ಫಲಿತಾಂಶ ಗಳಿಸುವಲ್ಲಿ ಸಹಕರಿಸಬೇಕೆಂದು ಕೊರಿದೆ.

ದೊಡ್ಡಯಶಸ್ತ್ರ ಎಂಬುದು ಸಾವಿರಾರು ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಪ್ರಯತ್ನಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ- ಎಂಬ ಕೋಲಿಯರ್ ಹೇಳಿಕೆಯಂತೆ ಪ್ರತಿ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಶಿಕ್ಷಕರ ಪ್ರಾಮಾಣಿಕ ಪ್ರಯತ್ನದಿಂದ 2019-20 ನೇ ಸಾಲಿನ ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ ವಾರ್ಷಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿೇ ಶಾಲೆಯು ಉತ್ತಮ ಗುಣಾತ್ಮಕ ಫಲಿತಾಂಶ ನೀಡಲೆಂದು ತುಂಬು ಹೃದಯದಿಂದ ಹಾರ್ಪಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಉಪನಿಧೀನಶಕ್ರಾಂತಿಕರು(ಅಭಿವೃದ್ಧಿ) ಹಾಗೂ ಪ್ರಾಂಶಪಾಲರು

ಡಯಿಟ್ , ಬೆಂಗಳೂರು ಗ್ರಾಮಾಂಶರ ಜಿಲ್ಲೆ

ಪುಸ್ತಕ ರಚನಾ ಸಮಿತಿ

1. ಶ್ರೀ ರಾಮಕೃಷ್ಣ. ಡಿ.ಆರ್. ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು.
ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಜಡಿಗೇನಹಳ್ಳಿ,
ಹೊಸಕೋಟೆ (ತಾ), ಬೆಂಗಳೂರು ಗ್ರಾಮಾಂತರ (ಜಿಲ್ಲೆ).
2. ಶ್ರೀ ಸ್ವಾಮಿ. ಹೆಚ್.ಆರ್. ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು.
ಸರ್ಕಾರಿ ಬಾಲಕಿಯರ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ದೇವನಹಳ್ಳಿ,
ದೇವನಹಳ್ಳಿ (ತಾ), ಬೆಂಗಳೂರು ಗ್ರಾಮಾಂತರ (ಜಿಲ್ಲೆ).
3. ಶ್ರೀ ಮೋಹನ್ ಕುಮಾರ್. ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು.
ಸರ್ಕಾರಿ ಪದವಿಮೂರ್ವ ಕಾಲೇಜು, (ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ವಿಭಾಗ)⁹, ನೆಲಮಂಗಲ,
ನೆಲಮಂಗಲ (ತಾ), ಬೆಂಗಳೂರು ಗ್ರಾಮಾಂತರ (ಜಿಲ್ಲೆ).
4. ಶ್ರೀ ಚೈರೇಗೌಡ. ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು.
ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಅರಳುಮಲ್ಲಿಗೆ,
ದೊಡ್ಡಬಳ್ಳಾಪುರ(ತಾ), ಬೆಂಗಳೂರು ಗ್ರಾಮಾಂತರ (ಜಿಲ್ಲೆ).

ಸಲಹೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಶ್ರೀಮತಿ ನಾಗಮಣಿ.ಎನ್. ಪ್ರಾಂಶುಪಾಲರು,
ಡಯಣ್, ಬೆಂಗಳೂರು ಗ್ರಾಮಾಂತರ (ಜಿಲ್ಲೆ).

ಸಂಯೋಜಕರು

ಶ್ರೀಮತಿ ದಾಕ್ಷಯಿಣಿ.ಎಂ.ಎನ್. ಉಪಪ್ರಾಂಶುಪಾಲರು,
ಡಯಣ್, ಬೆಂಗಳೂರು ಗ್ರಾಮಾಂತರ (ಜಿಲ್ಲೆ).

ಸಹಭಾಗಿತ್ವ

ನಿದೇಶಕರು, ಡಿ.ಎಸ್.ಇ.ಆರ್.ಟಿ. ಬೆಂಗಳೂರು

ಪರಿವಿಡಿ

ಕ್ರ.ಸಂ	ಫಾಟಕಗಳು	ಮುತಸಂಖ್ಯೆ
1	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು	8 – 17
2	ಶ್ರೀಭೂಜಗಳು	18 – 31
3	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು	32 – 45
4	ವೃತ್ತಗಳು	46 – 52
5	ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	53 – 63
6	ರಚನೆಗಳು	54 – 68
7	ನಿದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	69 – 79
8	ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	80 – 86
9	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು	87 – 93
10	ವರ್ಗಣಸಮೀಕರಣಗಳು	94 – 101
11	ಶ್ರೀಕೋನಮಿತಿ	102 – 111
12	ಶ್ರೀಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು	112 – 115
13	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	116 – 122
14	ಸಂಭವನೀಯತೆ	123 – 128
15	ಫಾನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಫಾನಫಲ.	129 – 134

1. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು

ಮುಖ್ಯಾಂಶಗಳು

- ಮೊದಲ ಪದವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದಕ್ಕೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಡಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆಯುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಪಟ್ಟಿಯೇ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ.
- ಆ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇದು ಧನ, ಋಣ ಅಥವಾ ಶೈಲಿ ಆಗಿರಬಹುದು.
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a_1 , ಎರಡನೇ ಪದ $a_2 \dots n$ ನೇ ಪದ a_n , ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ ಆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$.
- $a, a + d, a + 2d, a + 3d \dots \dots \dots$ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ. ಇಲ್ಲಿ a ಮೊದಲ ಪದ, d ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ.
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ ಅದರ n ನೇ ಪದವು $a_n = a + (n - 1)d$.
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ n ಪದಗಳ ವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವು $S = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$ ಅಥವಾ $S = \frac{n}{2} [a + l]$

ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

1. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಪಯಾರ್‌ಯಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತವಾದುದನ್ನು ಆಯ್ದುಮಾಡಿ ಅದರ ಕ್ರಮಾಂಕರಂದೊಂದಿಗೆ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ಮೊದಲ n ಧನಾತ್ಮಕ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಉತ್ತರ:

A] 100 B] 0 C] n D] n^2

ಉತ್ತರ: D] n^2

2. (ii) ಮೊದಲ ಪದ a , ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದ 1 ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ

A] $S = \frac{n}{2} [a + (n - 1)d]$

B] $S = \frac{n}{2} [a + l]$

C] $a_n = a + (n - 1)d$.

D] $a_n = a + (n + 1)d$.

ಉತ್ತರ: B] $S = \frac{n}{2} [a + l]$

(iii) ಮೊದಲ ಪದ a , ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ n ನೇ ಪದ

A] $S = \frac{n}{2} [a + (n - 1)d]$

B] $S = \frac{n}{2} [a + l]$

C] $a_n = a + (n + 1)d.$

D] $a_n = a + (n - 1)d.$

ಉತ್ತರ: D] $a_n = a + (n - 1)d.$

(iv) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ $n^2 + n$ ಆದಾಗ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎರಡನೆಯ ಪದ

A] 4 B] 6 C] 0 D] 2

ಉತ್ತರ : A] 4

(v) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \dots$ ಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ

A] $\frac{1}{2}$ B] $\frac{1}{3}$ C] $\frac{1}{12}$ D] $\frac{1}{24}$

ಉತ್ತರ: C] $\frac{1}{12}$

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳ ಮೊದಲನೇ ಪದ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. i) 3, 1, -1, -3..... ii) -5, -1, 3, 7.....

i) 3, 1, -1, -3.....

ಮೊದಲನೇ ಪದ=3 ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ=-2

ii)-5, -1, 3, 7.....

ಮೊದಲನೇ ಪದ=-5 ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ=4

3. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 3ನೇ ಪದ 5 ಮತ್ತು 7ನೇ ಪದ 9 ಆದರೆ ಆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $a_3 = a + (3 - 1)d$

$$a_7 = a + (7 - 1)d$$

(1) ಮತ್ತು (2) ಏಕಾಲೀಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದರಿಂದ $a = 3$, $d = 1$ ಅಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ಯರಿಂದ ಆ ಶೈಕ್ಷಿಯು 3, 4, 5, 6, 7

4. 301, ಇದು 5, 11, 17, 13 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪದವಾಗಿದೆಯೇ? ಪರೀಕ್ಷೆ.

ਪਰਿਕਾਰ: $a_2 - a_1 = 11 - 5 = 6$,

$$a_3 - a_2 = 17 - 11 = 6,$$

$$a_4 - a_3 = 23 - 17 = 6$$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$301 = 5 + (n - 1) \cdot 6$$

$$\text{അംദർ} \quad 301 = 6n - 1$$

$$\text{ಆದ್ಯಾರೋಗ} \quad n = \frac{302}{6} = \frac{151}{3}$$

ಆದರೆ ಇದು ಧನಾತ್ಮಕ ಮಾರ್ಗಾನ್ವಯನ.

ಆದ್ದರಿಂದ 301 ಇದು ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿಲ್ಲ.

5. ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಎಟ್ಟು ಸಂಶೇಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ: 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಎರಡಂಕೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

12, 15, 1899 ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿದೆ.

$$\text{Q3} \ a = 12 \ d = 3, \ a_n = 99$$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$99 = 12 + (n - 1)3$$

$$87 = (n - 1) \cdot 3$$

$$\text{അംദർ} \quad n - 1 = \frac{87}{3} = 29$$

$$n = 29 + 1$$

ଓঠদৰ n= 30

6. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ $10, 7, 4 \dots -62$ ಯ ಕೊನೆಯಿಂದ (ಮೊದಲನೆ ಪದದ ಕಡೆಗೆ) 11ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ਪਰਿਕਾਰ: ੪ਲੀ, $d = 7 - 10 = -3$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಷ್ಠಿಯನ್ನು ಹಿಂದಿನಿಂದ ಬರೆದಾಗ

-62 , -59 , -56, , , , 4 , 7 , 10

$$a = -62, d = 3, a_n = 10$$

ಹೊನೆಯಿಂದ 11 ನೇ ಪದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕಾದರೆ ನಾವು ಆ ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

$$\text{ಆದ್ಯಾರ್ಥ} \quad a_{11} = -62 + (11 - 1)3$$

$$a_{15} = -62 + (10)3$$

$$a_{15} = -62 + 30$$

$$a_{15} = -32$$

ಅಂದರೆ ಕೊನೆಯ ಪದದಿಂದ 11ನೇ ಪದ -32 ಆಗಿದೆ.

7. 7, 13, 19 205 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ .

પರિણાર: ઇલ્લો $a = 7$ $d = 6$, $a_n = 205$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$205 = 7 + (n - 1)6$$

$$205 - 7 = (n - 1) \cdot 6$$

$$\text{ಅಂದರೆ } n - 1 = \frac{198}{6} = 33$$

$n = 33 + 1$ ଅବଶ୍ୟକ $n = 34$

8. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶೈಕ್ಷಿಯ 11ನೇ ಪದ 38, 16ನೇ ಪದ 73 ಆದರೆ 31ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$$a_{11} = a + (11 - 1)d$$

మత్తు

$$a_{16} = a + (16 - 1)d$$

(1) ಮತ್ತು (2) ಎಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದರಿಂದ $a = -32$, $d = 7$ ಅಗಿರುತ್ತದೆ.

$$\begin{aligned} \text{ಆದ್ದರಿಂದ } a &= 31 \text{ ನೇ ಪದ } a_{31} = a + (31 - 1)d \\ &= -32 + (30)7 \\ &= -32 + 210 \\ &= 178 \end{aligned}$$

9. 50 ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶೈಡಿಯ 3ನೇ ಪದ 12 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದ 106 ಆದರೆ 29ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ਪਰਿਵਾਰ: } a_3 = a + (3 - 1)d$$

$$a_{50} = a + (50 - 1)d$$

(1) ಮತ್ತು (2) ಏಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದರಿಂದ $a = 8$, $d = 2$

$$\begin{aligned}
 \text{ಆದ್ದರಿಂದ } a &= 29 \\
 a_{29} &= a + (29 - 1)d \\
 &= 8 + (28)2 \\
 &= 8 + 56 \\
 &= 64
 \end{aligned}$$

10. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 3ನೇ ಮತ್ತು 9ನೇ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 ಮತ್ತು -8 ಆದರೆ ಅದರ ಎಷ್ಟನೇ ಪದ ಸೌನ್ಯಯಾಗಿದೆ?

$$\text{ਪਰਿਣਾਰ: } a_3 = a + (3 - 1)d$$

$$a_9 = a + (9 - 1)d$$

(1) මතු (2) එකකාලීක නම්කීකරණගැනු විධිසුවුදරිංද $a = 8$, $d = -2$

ಆದ್ವರಿಂದ ಆ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ n ನೇ ಪದ $a_n = a + (n - 1)d$

$$\begin{aligned}
 0 &= 8 + (n-1)(-2) \\
 0 &= 8 - 2n + 2 \\
 n &= 5
 \end{aligned}$$

11. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 17ನೇ ಪದವು ಅದರ 10ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 7 ಹೆಚ್ಚಿಗಿದ್ದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಘೃತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $a_{17} = a_{10} + 7$

$$\begin{aligned}
 a + (17 - 1)d &= a + (10 - 1)d + 7 \\
 16d &= 9d + 7 \\
 d &= 1
 \end{aligned}$$

12. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿರುವ 6 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 345. ಮೊದಲ ಹಾಗೂ ಕೊನೆಯ ಪದಗಳ ಘೃತ್ಯಾಸ 55. ಆ ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$

$$\begin{aligned}
 S_6 &= \frac{6}{2} [2a + (6-1)d] = 345 \\
 3[2a + 5d] &= 345 \\
 2a + 5d &= 115 \quad \text{---(1)} \\
 a_n - a &= 55 \\
 a + (n-1)d - a &= 55 \\
 a + (6-1)d - a &= 55 \\
 5d &= 55 \\
 d &= 11 \\
 (i) \Rightarrow 2a + 5 \times 11 &= 115 \\
 \Rightarrow 2a + 55 &= 115 \\
 \Rightarrow a &= 30 \\
 \therefore \text{ಶ್ರೇಣಿಯ } \text{ಪದಗಳು } 30, 30+11, 30+2(11) &\dots\dots\dots \\
 30, 41, 52, 63, &\dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

13. ಮೊದಲ ಪದ 2 ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಏದು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮುಂದಿನ ಏದು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತದ ನಾಲ್ಕನೇ ಒಂದು ಭಾಗದಷ್ಟಿದೆ . $a_{20} = -112$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. ಹಾಗೆಯೇ S_{20} ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $a = 2, S_5 = \frac{1}{4}(S_{10} - S_5)$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_5 = \frac{5}{2} [2 \times 2 + (5-1)d]$$

$$S_5 = 10 + 10d$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2 \times 2 + (10-1)d]$$

$$S_{10} = 5[4 + 9d]$$

$$S_{10} = 20 + 45d$$

$$S_{10} - S_5 = 20 + 45d - (10 + 10d)$$

$$S_{10} - S_5 = 20 + 45d - 10 - 10d$$

$$S_{10} - S_5 = 10 + 35d$$

$$10 + 10d = \frac{1}{4}(10 + 35d)$$

$$40 + 40d = 10 + 35d$$

$$5d = -30$$

$$d = -6$$

$$\therefore a_{20} = 2 + (20-1) - 6$$

$$\therefore a_{20} = 2 + 19 \times -6$$

$$\therefore a_{20} = 2 - 114$$

$$\therefore a_{20} = -112$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times 2 + (20-1)(-6)]$$

$$S_{20} = 10[4 - 114]$$

$$S_{20} = 10[-110]$$

$$S_{20} = -1100$$

14. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಮೂರನೇ ಪದವು 8 ಅಗಿದ್ದು, ಒಂಭತ್ತನೇ ಪದವು ಮೂರನೇ ಪದದ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 2 ಹೆಚ್ಚು ಇದೆ. ಅದರ ಮೊದಲ 19 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $a_3 = 8$

$$a + (3-1)d = 8$$

$$a + 2d = 8 \dots\dots\dots(1)$$

$$a_9 = 3a_3 + 2$$

$$a + (9-1)d = 3 \times 8 + 2$$

$$a + 8d = 24 + 2$$

$$a + 8d = 26 \dots\dots\dots(2)$$

$$(2)-(1) \Rightarrow a + 8d = 26$$

$$\Rightarrow 6d = 18$$

$$d = 3$$

$$\therefore (1) \Rightarrow a + 2 \times 3 = 8$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_n = \frac{19}{2} [2 \times 2 + (19-1)3]$$

$$S_n = \frac{19}{2} [4 + 18 \times 3]$$

$$S_n = \frac{19}{2} [4 + 54]$$

$$S_n = \frac{19}{2} [58]$$

$$S_n = 19 \times 29$$

$$S_n = 551$$

15.2ನೇ ಮತ್ತು 3ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 22 ಮತ್ತು ಮೊದಲನೇ ಹಾಗೂ 4ನೇ ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯವು 85 ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯೊಂದರ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ: } a_2 + a_3 = 22,$$

$$\Rightarrow a+d+a+2d=22$$

$$\Rightarrow a+3d=22-a \cdots \cdots \cdots (1)$$

$$a_1 \times a_4 = 85$$

$$\Rightarrow a[(a + (4-1)d) = 85$$

$$\Rightarrow a[(a + 3d) = 85$$

$$\Rightarrow a[22 -a] = 85 \quad [(1) \text{ ರಲ್ಲಿ } \text{ಆದೇಶಿದಾಗ}]$$

$$22a - a^2 = 85$$

$$a^2 - 22a + 85 = 0$$

$$(a-17)(a-5) = 0$$

$$a=17 \quad \text{Or} \quad a=5$$

(1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿದಾಗ

$$17 + 3d = 22 - 17$$

$$17 + 3d = 5$$

$$\Rightarrow 3d = 5 - 17$$

$$d = \frac{-12}{3} \Rightarrow$$

$$d = -4$$

ಅಥವಾ

$$5 + 3d = 22 - 5$$

$$\Rightarrow d = 4$$

\therefore ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳು 17, 13, 9, 5 ಅಥವಾ 5, 9, 13, 17

16. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 21 ಮತ್ತು ಆ ಪದಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯವು 231 ಆದರೆ ಆ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಸಮಾಂತರ ಶೈಫಲಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳು $a - d$, a , $a + d$ ಆಗಿರಲಿ.

ಆ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ =21

$$a-d + a + a + d = 21$$

$$3a = 21 \quad \Rightarrow \quad a = 7$$

ಅವುಗಳ ಗೊಂಬಡ=231

$$(a-d) a (a+d) = 231$$

$$(7 - d) \cdot 7 \cdot (7 + d) = 231$$

$$(7 - d)(7 + d) = 33$$

$$7^2 - d^2 = 33$$

$$49 - d^2 = 33 \Rightarrow d^2 = 16 \Rightarrow d = \pm 4$$

∴ ಸಮಾಂತರ ಶೈಕ್ಷಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳು 3, 7, 11

17. ಮೂರನೇ ಪದ 16, 7ನೇ ಪದವು 5ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 12 ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$a_7 = a_5 + 12 \Rightarrow a + 6d = a + 4d + 12 \Rightarrow d = 6$$

$$(1) \text{ ରତ୍ନ ଆଦେଶିଦାଗ } a+2 \times 6 = 16$$

$$a+12=16 \Rightarrow a=4$$

∴ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳು 4, 4+6, 4+2(6), ...

2. ತ್ರಿಭುಜಗಳು

1. ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆ:

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮಾರೂಪವಾಗಬೇಕಾದರೆ

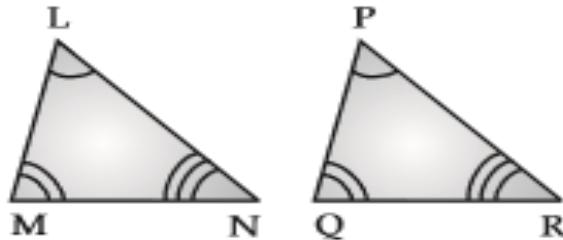
(i) ಅಪ್ಯಂತ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿಬೇಕು.

(ii) ಅಪ್ಯಂತ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ.

ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳ ಸಮರೂಪವಾದರೆ, ಆದನ್ನು

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

2. ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆಗೆ ನಿಬಂಧನೆಗಳು



In ΔLMN ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ,

$$(i) \angle L = \angle P, \quad \angle M = \angle Q, \quad \angle N = \angle R$$

$$(ii) \frac{LM}{PQ} = \frac{MN}{QR} = \frac{LN}{PR}$$

ಆದರೆ $\Delta LMN \sim \Delta PQR$,

(i) ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕಗುಣ: ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ, ಅಪ್ಯಂತ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪ.

(ii) ಬಾಹು. ಬಾಹು. ಬಾಹು ನಿರ್ಧಾರಕಗುಣ: ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅಪ್ಯಂತ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು

(iii) ಬಾ.ಕೋ. ಬಾ ನಿರ್ಧಾರಕಗುಣ: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅಪ್ಯಂತನೆಲ್ಲಾಗೊಂಡು ಕೋನವು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮತ್ತು ಅಪ್ಯಂತನ್ನವಳಿಗೊಂಡ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು.

3. ಸಮರೂಪತೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲವು ಪ್ರಮೇಯಗಳು

(i) ಶಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಫೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೀದ ಸರದಳರೇಶೀಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

(ii) ಶಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಶೀಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(iii) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ಶಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

- ಎರಡು ಶಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರಬೇಕಾದರೆ, ಅವುಗಳ ಆಕಾರ ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದು, ಗಾತ್ರ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕೆಂದೇನಿಲ್ಲ.

- ಸಮರೂಪ ಶಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ನೇರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ

(i) ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ.

(ii) ಅನುರೂಪ ಎತ್ತರಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ.

(iii) ಅನುರೂಪ ಮಾಧ್ಯಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ.

(iv) ಅನುರೂಪ ಕೋನಾರ್ಥಕಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ.

ಈ ಮೇಲಿನ ಆರೂ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ವಿಲೋಮಗಳೂ ಸಹ ಸತ್ಯ.

4. ಪೈಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯ:

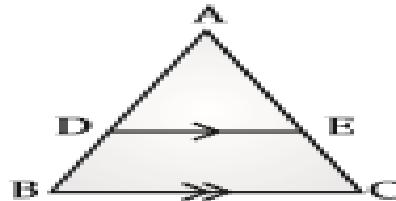
ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ಶಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

5. ಪೈಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ:

ಒಂದು ಶಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಆತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ

ಬಹು ಅಯ್ದು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

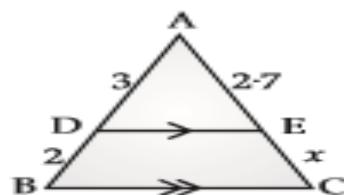
1. ಕೆಳಗನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ D ಮತ್ತು E ಗಳ AB ಮತ್ತು AC ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳ $DE=4$ cmಾದರೆ, BC ಯೊಂದು



- (a) 4 cm (b) 6 cm (c) 8 cm (d) 12 cm

ಉತ್ತರ : (c) 8 cm

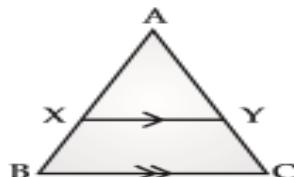
2. $\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ, $DE \parallel BC$, $AD = 3$ cm, $BD = 2$ cm ಮತ್ತು $AE = 2.7$ cm, ಆದರೆ AC ಯೊಂದು



- (a) 6.5 cm (b) 4.5 cm (c) 3.5 cm (d) 5.5 cm

ಉತ್ತರ : (b) 4.5 cm

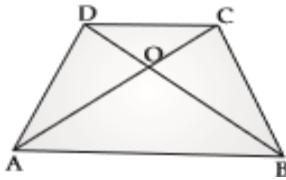
3. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $XY \parallel BC$, ಆದರೆ $\frac{AX}{AB}$ ಯೊಂದು



- (a) $\frac{AX}{AY}$ (b) $\frac{AX}{XB}$ (c) $\frac{AY}{AC}$ (d) $\frac{AC}{AY}$

ಉತ್ತರ : (c) $\frac{AY}{AC}$

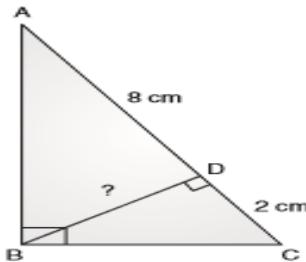
4. ತ್ರಾಂಸಿಜ್ಞ $ABCD$ ಯಲ್ಲಿ, $AB \parallel CD$ ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಫೇದಿಸುತ್ತದೆಯಾದರೆ $\frac{OD}{OC}$ ಯೊಂದು



- (a) $\frac{OB}{OA}$ (b) $\frac{AB}{CD}$ (c) $\frac{OC}{OD}$ (d) $\frac{AC}{BD}$

ಉತ್ತರ : (c) $\frac{AY}{AC}$

5. ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90^\circ$ ಮತ್ತು $BD \perp AC$ ಅಗಿದೆ $AD = 8\text{ cm}$, $CD = 2\text{ cm}$, ಅದರೆ BD ಉದ್ದು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.



- (a) 4 cm (b) 8 cm (c) 16 cm (d) 10 cm

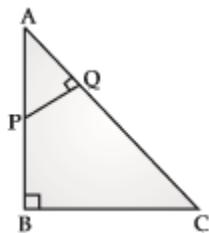
ಉತ್ತರ : (a) 4 cm

6. ಶ್ರೀಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು ತ್ರಿಮಾಣಿ 2cm 3cm ಮತ್ತು 4cm ಅಗಿದೆ ಮೇಲನ್ನು ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣಪು ಸಮರೂಪತೆಯನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

- (a) 4, 5, 6 (b) 5, 6, 7 (c) 12, 13, 14 (d) 6, 9, 12

ಉತ್ತರ : (d) 6, 9, 12

7. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\Delta ABC = \Delta AQP = 90^\circ$, ಅದರೆ $\frac{AQ}{AB}$



- (a) $\frac{BC}{PQ}$ (b) $\frac{AC}{PQ}$ (c) $\frac{QP}{BC}$ (d) $\frac{AP}{AB}$

ಉತ್ತರ : (c) $\frac{QP}{BC}$

8. ಸಮಕೋನಿಯ ಶ್ರೀಭುಜಗಳು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು

- (a) ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ (b) ಸಮಾಂತರದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ (c) ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ (d) ಅಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ

ಉತ್ತರ : (c) ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ

9. ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತವು $2:3$ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು (a) $9:4$ (b) $4:9$ (c) $2:3$ (d) $3:2$

ಉತ್ತರ : (b) $4:9$

10. ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕ್ರಮವಾಗಿ 120 cm^2 ಮತ್ತು 480 cm^2 ಗಳಾಗಿವೆ. ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವು

- (a) $1:2$ (b) $1:4$ (c) $4:1$ (d) $2:1$

ಉತ್ತರ : (a) $1:2$

11. ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 144 \text{ cm}^2$ ಮತ್ತು $\Delta PQR = 25 \text{ cm}^2$. ΔABC ಯ ಎತ್ತರ $= 6 \text{ cm}$. $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, ಅದರೆ ΔPQR ನ ಅನುರೂಪ ಎತ್ತರವು :

- (a) 6 cm (b) 5 cm (c) 12 cm (d) 2.5 cm

ಉತ್ತರ : (d) 2.5 cm

12. ΔPQR ನಲ್ಲಿ, $\angle PQR = 90^\circ$. ΔPQR ಗ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಸರಿಯಾದ ಸಂಬಂಧವು

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| (a) $PR^2 = PQ^2 - QR^2$ | (b) $PQ^2 = QR^2 - PR^2$ |
| (c) $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ | (d) $QR^2 = PQ^2 - PR^2$ |

ಉತ್ತರ : (c) $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

13. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೋನ ತ್ರಿಖಳಿಯು?

- (a) $3, 4, 5$ (b) $1, 2, 3$ (c) $2, 3, 4$ (d) $9, 10, 14$

ಉತ್ತರ : (a) $3, 4, 5$

14. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ. ?

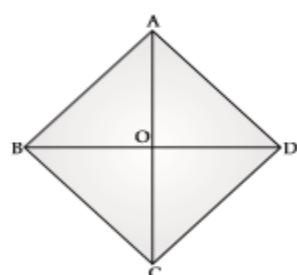
- (a) $3, 6, 9$ (b) $15, 8, 17$ (c) $5, 12, 17$ (d) $8, 5, 17$

ಉತ್ತರ : (b) $15, 8, 17$

15. ಪಟ್ಟಕೃತಿ $ABCD$ ಯಲ್ಲಿ ಕೆಣಿಗಳ O ನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುತ್ತವೆ $AC^2 + BD^2$ ಯು

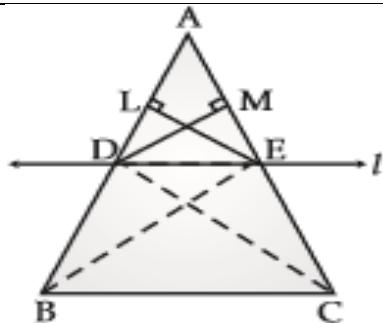
- (a) $4 AB^2$ (b) $4 AC^2$ (c) $4 BD^2$ (d) $4 AO^2$

ಉತ್ತರ : (a) $4 AB^2$



ಫೇಲ್ನ ಪ್ರಮೇಯ:

ಶ್ರೀಭೂಜದ ವರದು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ವರದು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಫೈದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ :	$\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$
ಸಾಧನೀಯ	$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$
ರಚನೆ :	D, C, M, E, B ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. $EL \perp AB$ ಮತ್ತು $DN \perp AC$ ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :

$$\frac{\triangle ADE \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\triangle BDE \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} AD \times LE}{\frac{1}{2} BD \times LE}$$

$$[\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ}]$$

$$\therefore \frac{\triangle ADE \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\triangle BDE \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AD}{DB} \quad \dots 1$$

$$[\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ}]$$

$$\frac{\triangle ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\triangle BDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} AE \times DM}{\frac{1}{2} EC \times DM}$$

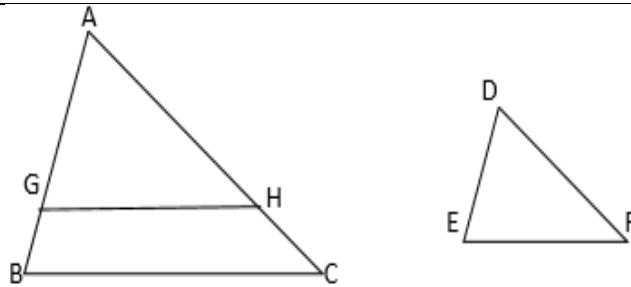
$$\therefore \frac{\triangle ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\triangle BDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AE}{EC} \quad \dots 2$$

$\triangle BDE$ ಮತ್ತು $\triangle DEC$ ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ
 DF ಮತ್ತು $BC \parallel DE$ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ

$$\therefore [\text{ವ}(\triangle BDE) = \text{ವ}(\triangle DEC)]$$

(ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ AAA) ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ

ವರದು ತೀಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮು ಅಧ್ಯರಿಂದ ಆ ತೀಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

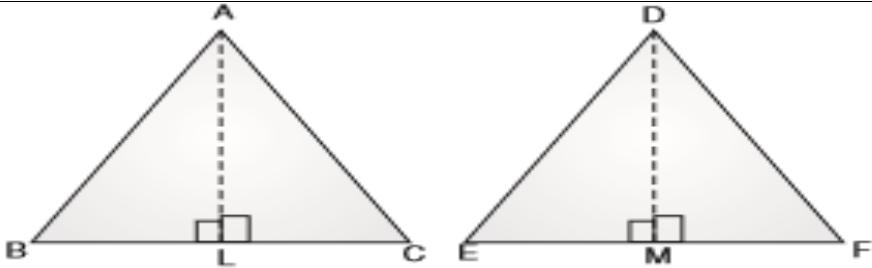


ದತ್ತ :	$\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle DEF$ ಗಳಲ್ಲಿ $\angle A = \angle D, \quad \angle B = \angle E, \quad \angle C = \angle F$
ಸಾಧನೀಯ	$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$
ರಚನೆ :	$AG=DE$ ಮತ್ತು $AH=DF$ ಆಗುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ G, H ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ

ಸಾಧನೆ :	$\triangle AGH \cong \triangle DEF$ ಗಳಲ್ಲಿ $\angle A = \angle D,$ $AG = DE,$ $AH = DF$ $\therefore \triangle AGH \cong \triangle DEF$ $\therefore GH = EF,$ $\angle G = \angle E$ $\angle G = \angle E = \angle B$ $\therefore GH // EF$ $\therefore \frac{AB}{AG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{AH}$ $\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$	ದತ್ತ (ರಚನೆ) (ರಚನೆ) (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ) (ಫೇಲ್ನನ ಪ್ರಮೇಯ)
---------	--	--

ಸಮರೂಪ ಶ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಪ್ರಮೇಯ

ವರದು ಸಮರೂಪ ಶ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಗಳ ಉನ್ನಪಾಠವು ಉಘಾಗ ಉನ್ನರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಗಳ ಉನ್ನಪಾಠಕ್ಕೆ ಸಮ.



ದತ್ತ :	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$
ಸಾಧನೀಯ	$\frac{\triangle ABC \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\triangle DEF \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{EF^2}$
ರಚನೆ :	$AL \perp BC$ ಮತ್ತು $DM \perp EF$ ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :

ABL ಮತ್ತು $\triangle DEM$ ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle B = \angle E$$

$$\angle L = \angle M = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABL \sim \triangle DEM$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AL}{DM}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{AL}{DM}$$

$$\therefore \frac{\triangle ABC}{\triangle DEF} = \frac{\frac{1}{2} BC \times AL}{\frac{1}{2} EF \times DM}$$

$$\frac{\triangle ABC \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\triangle DEF \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

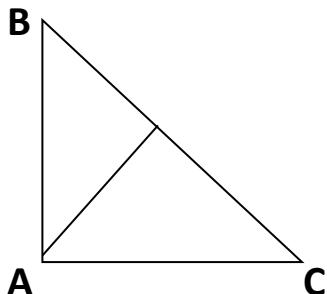
ದತ್ತ

ರಚನೆ

(ಕೋ.ಕೋ. AAA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

ಷ್ಟೇಫಾನ್‌ಸ್ಕಾರ್ನ್‌ನ ಪ್ರದೇಶ

ಒಂದು ಪಂಬಕ್ಕೊಣ ಶ್ರೀಭೂಜದಾತ್ತ ಚಿತ್ರಣದ ಮೇಲೆನ ವರ್ಣವು ಉತ್ತಮದೀರ್ದು ಭಾಸುಗಳ ಮೇಲೆನ ವರ್ಣಾಶ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಾಮು .



ದತ್ತ :	$\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $\angle A = 90^\circ$
ಸಾಧನೆಯ	$AB^2 + AC^2 = BC^2$
ರಚನೆ :	$AD \perp BC$ ರಚಿಸಿ.

ಸಾದನೆ :

$\triangle DAB$ මුත්‍ය $\triangle BAC$ ගණනී

$$\angle D = \angle A = 90^\circ$$

$$\angle B = \angle B$$

$$\angle A = \angle C$$

$$\therefore \angle DAB \sim \angle BAC$$

$$\Rightarrow \frac{DB}{BA} = \frac{AB}{BC}$$

$\angle DAC$ ಮತ್ತು $\angle CAB$ ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle D = \angle A = 90^\circ$$

$$\angle C = \angle C$$

$$\angle A = \angle B$$

$$\therefore \angle DAC \sim \angle CAB$$

$$\Rightarrow \frac{DC}{CA} = \frac{AC}{CB}$$

(1) + (2)

$$AB^2 + AC^2 = (DB \cdot BC) + (DC \cdot CB)$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

DABBA (DA B B AC)

ದತ್ತ & ರಚನೆ

(ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

(ಕೋ.ಕೋ AAA ನಿರ್ದಾರಕ ಗುಣ)

DACCA (DACCAB)

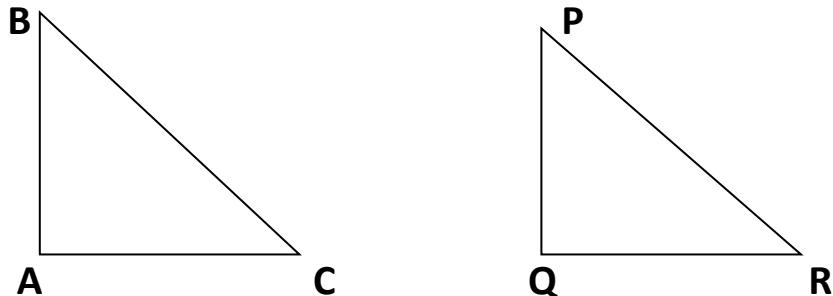
ದತ್ತ & ರಚನೆ

(ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

(ಕೋ.ಕೋ AAA ನಿರ್ದಾರಕ ಗುಣ)

ಪ್ರಥಾಗೋರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ

ಒಂದು ಶ್ರಿಭೂಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ :	$\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $BC^2 = AB^2 + AC^2$
ಸಾಧನೀಯ	$\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $\angle A = 90^\circ$
ರಚನೆ :	$PQ = AB$ ಮತ್ತು $QR = BC$ ಆಗುವಂತೆ ಹಾಗೂ $\triangle PQR$ ನಲ್ಲಿ $Q = 90^\circ$ ಇರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

<p>ಸಾಧನೆ :</p> <p>$\triangle PQR$ ಯಲ್ಲಿ</p> <p>$PR^2 = PQ^2 + QR^2$</p> <p>$PR^2 = AB^2 + AC^2$ -----1</p> <p>$BC^2 = AB^2 + AC^2$ -----2</p> <p>1 ಮತ್ತು 2 ರಿಂದ</p> <p>$BC = PR$ -----3</p> <p>$\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle PQR$ ಗಳಲ್ಲಿ</p> <p>$AB = PQ$</p> <p>$AC = QR$</p> <p>$BC = PR$</p> <p>ಆದ್ದರಿಂದ $\triangle ABC \cong \triangle PQR$</p> <p>ಆದರೆ $Q = 90^\circ$</p> <p>ಆದ್ದರಿಂದ $B = 90^\circ$</p>	<p>ಪ್ರಥಾಗೋರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ರಚನೆ</p> <p>ದತ್ತ</p> <p>ರಚನೆಯಿಂದ</p> <p>ರಚನೆಯಿಂದ</p> <p>3 ರಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿದೆ</p> <p>ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ</p> <p>ರಚನೆಯಿಂದ</p>
---	---

1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಆದರೆ EC ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

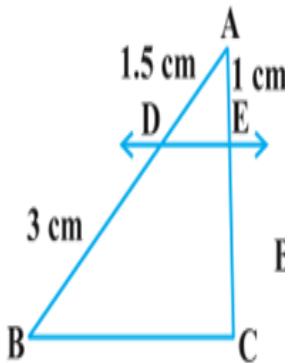
ಉತ್ತರ :

$\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ,

$DE \parallel BC$ (\because ದತ್ತ)

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} [\because \text{ಧೇಶನ ಪ್ರಮೇಯ}]$$

$$\Rightarrow \frac{1.5}{3} = \frac{1}{EC} \Rightarrow EC = \frac{3 \times 1}{1.5} = 2 \text{ cm}$$



2.. $LM \parallel CB$ ಮತ್ತು $LN \parallel CD$ ಆದರೆ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :

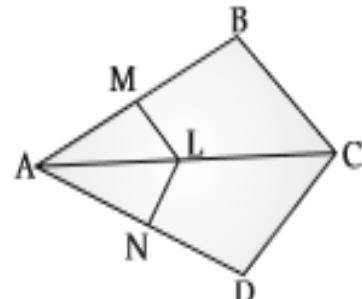
$\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $LM \parallel BC$

$$\therefore \frac{AM}{MB} = \frac{AL}{AC} \dots (\text{i})$$

$\triangle ADC$ ಯಲ್ಲಿ $LN \parallel CD$

$$\therefore \frac{AN}{AD} = \frac{AL}{AC} \dots (\text{ii})$$

$$(\text{i})\text{ಮತ್ತು}(\text{ii}) \text{ ರಿಂದ}, \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{AD}$$



3. $ABCD$ ತಾಪಿಜ್ಞದಲ್ಲಿ $AB \parallel CD$ ಕಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O

ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುತ್ತವೆ. $AB = 2CD$ ಆದರೆ $\triangle AOB$ ಮತ್ತು

$\triangle COD$ ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

$\triangle AOB$ ಮತ್ತು $\triangle COD$ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle 1 = \angle 2$ (ಪಯಾಕೋನಗಳು)

$\angle 5 = \angle 6$ (ಶೃಂಗಾಕೋನಗಳು)

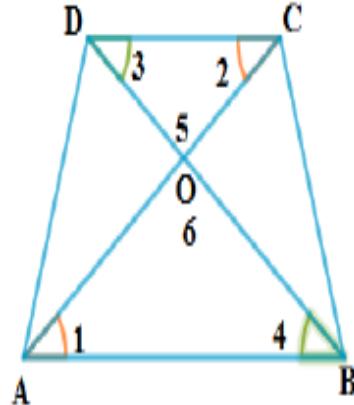
$\therefore \triangle AOB \sim \triangle COD$ [AAಸಮರೂಪತೆಯ ನಿ.ಗು]

$$\frac{[AOB]}{[COD]} = \frac{AB^2}{CD^2} = \frac{(2CD)^2}{CD^2}$$

$[\therefore AB = 2CD]$

$$\frac{[AOB]}{[COD]} = \frac{4(CD)^2}{CD^2} = \frac{4}{1}$$

ಅನುಪಾತ $4:1$



4. $\triangle ABC$ ಯ ಎತ್ತರಗಳಾದ AD ಮತ್ತು CE ಗಳು
ಪರಸ್ಪರ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಅದರೆ i) $\triangle AEP \sim \triangle CDP$

ii) $\triangle ABD \sim \triangle CBE$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ
ಉತ್ತರ :

$\triangle AEP \sim \triangle CDP$ ನಳಿಲ್ಲ

$$\angle AEP = \angle CDP = 90^\circ$$

$$\angle APE = \angle CPD \quad (\text{ಕ್ರಂಬಾಭಿಮುಖಕೋನಗಳು})$$

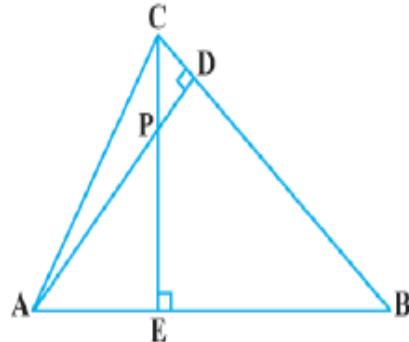
$$\therefore \triangle AEP \sim \triangle CDP \quad (\text{AAಸಮರೂಪತೆಯ ನಿಗು})$$

$\triangle ABD \sim \triangle CBE$ ನಳಿಲ್ಲ

$$\angle AEP = \angle ADB = 90^\circ$$

$$\angle PAE = \angle DAB \quad (\text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ})$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBE \quad (\text{AAಸಮರೂಪತೆಯ ನಿಗು})$$



5. 10m ಎತ್ತರವಿರುವ ಏಣಿಯು ನೆಲದಿಂದ 8m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ದರೆ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ?

ಉತ್ತರ :

$$\text{ಗೋಡೆಯ ಎತ್ತರ } CA = 8\text{m},$$

$$\text{ಏಣಿಯ ಉದ್ದ } AB = 10\text{m}$$

\therefore ವೃಧಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

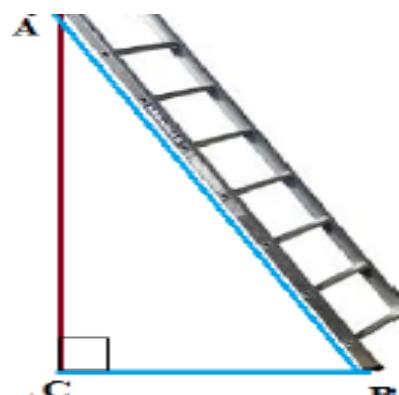
$$10^2 = 8^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 100 - 64 ,$$

$$BC^2 = 36$$

$$BC = 6\text{m} ,$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ 6ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.



6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90^\circ$
ಮತ್ತು

$AD \perp CB$ ವೃಧಿಸಿದ ಭಾಗಕ್ಕೆ.

$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC \times BD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :

ΔABD ಯಲ್ಲಿ ಪ್ಯಾಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ ಬಳಸಿ,

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \dots\dots\dots (1)$$

ΔACD ಯಲ್ಲಿ ಪ್ಯಾಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ,

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$AC^2 = AD^2 + (BD+BC)^2$$

$$AC^2 = AD^2 + BD^2 + BC^2 + 2BD \times BC$$

ಸಮೀಕರಣ (1), ರಿಂದ

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BD \times BC$$

7. ವಿಮಾನವೊಂದು ಒಂದು ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಹೊರಟು

ಗಂಟೆಗೆ 1000km ಜವಡಿಂದ ಉತ್ತರದ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ.

ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ವಿಮಾನವು ಅದೇ

ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಹೊರಟು ಗಂಟೆಗೆ 1200km ಜವಡಿಂದ

ಪಶ್ಚಿಮದ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. $1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಗಳ ನಂತರ ವಿಮಾನಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ :

1000 ಕೇ.ಮೀ ಜವಡಿಂದ ಉತ್ತರದ ಕಡೆಗೆ

$$\text{ಚಲಿಸಿದ ದೂರ} = 1,000 \times \frac{3}{2} = 1,500 \text{ km.}$$

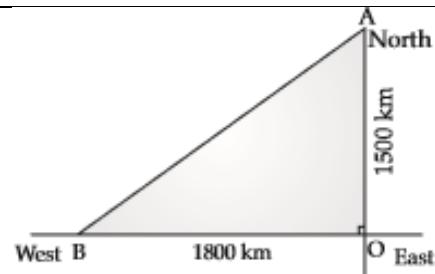
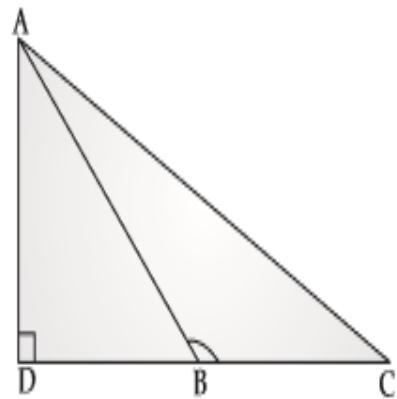
1200 ಕೇ.ಮೀ ಜವಡಿಂದ ಉತ್ತರದ ಕಡೆಗೆ

$$\text{ಚಲಿಸಿದ ದೂರ} = 1,200 \times \frac{3}{2} = 1,800 \text{ km.}$$

ಇವುಗಳನ್ನು OA ಮತ್ತು Gಳಿಂದ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ

ಪ್ಯಾಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದಸ್ವಯ ಗಂಟೆಗಳ ನಂತರ

ವಿಮಾನಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ $300\sqrt{61}$ km.



$$AB^2 = AO^2 + BO^2$$

$$AB^2 = 1500^2 + 1800^2$$

$$AB^2 = 2250000 + 3240000$$

$$AB^2 = 5490000$$

$$AB = \sqrt{5490000}$$

$$AB = 300\sqrt{61} \text{ km.}$$

8. $BD = \frac{1}{3} BC$. ಆಗುವಂತೆ ಸಮಬಾಹು ಶ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ D ಯು BC ಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ
 $9AD^2 = 7AB^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :

ಸಮಬಾಹು ಶ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು a ಮತ್ತು AE ಯ ಲಂಬ ಎತ್ತರ ABC

$$BD = \frac{1}{3} BC, \quad BD = \frac{x}{3}$$

$$BE = EC = \frac{x}{2},$$

$$DE = \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x}{6}$$

$$\Delta ADE \text{ ಪೈಥಾಗೋರಸ್} \text{ ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ, } AE = \frac{\sqrt{3}(\text{side})}{2} = \frac{\sqrt{3}x}{2}$$

ΔADE ಯಲ್ಲಿ

$$AD^2 = AE^2 + DE^2$$

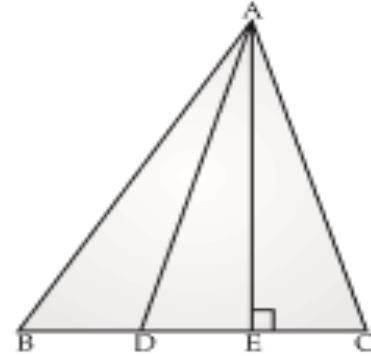
$$AD^2 = \frac{3x^2}{4} + \frac{x^2}{36}$$

$$AD^2 = \frac{27x^2 + x^2}{4}$$

$$AD^2 = \frac{28x^2}{4}$$

$$AD^2 = 7x^2$$

$$AD^2 = 7AB^2$$



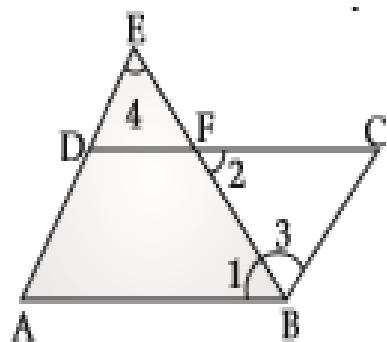
9. $ABCD$ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜದ AD ಬಾಹುವನ್ನ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ E ಬಿಂದುವಿದೆ ಮತ್ತು BE ಮತ್ತು CD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಈ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಟೆಡಿಸಿದರೆ $\Delta ABE \sim \Delta CFB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಉತ್ತರ : ΔABE ಮತ್ತು ΔCFB ,

$\angle BAE = \angle FCB$ ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜ ವಿರುದ್ಧ ಕೋನಗಳು

$\angle AEB = \angle CFB$ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು

$\therefore \Delta ABE \sim \Delta CFB$ ಕೋನ ಕೋನ ನಿಧಾರಕ ಗುಣದಂತೆ



3. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

1. ಎರಡು ಸಮಾನ ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಎರಡು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

2. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ' ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವು.

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0, \quad a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

ಇಲ್ಲಿ $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$, ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು,

(i) ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಟೈದಿಸಿದರೆ, ಆ ಬಿಂದುವು ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(ii) ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಐಕ್ಯಗೊಂಡರೆ ಅಲ್ಲಿ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವೂ ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಾಗುತ್ತದೆ. ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ (ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ).

(iii) ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾದರೆ, ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ

(iv) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ,
ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(v) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ,
ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(vi) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ
ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅವಲಂಬಿತ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ

3. ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ವಿಧಾನಗಳು:

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು

- (i) ಅದೇಶ ವಿಧಾನ
- (ii) ವರ್ಚಿನ್‌ಸುವ ವಿಧಾನ
- (iii) ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ಬಹು ಅಯ್ದು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

i) $x + y = 5$ ಮತ್ತು $2x - y = 4$ ಈ ರೇಖಾಶ್ಚಕ್ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆ

- A) (2, 3) B) (3, 2) C) (1, 4) D) (4, 1)

ಉತ್ತರ : B) (3, 2)

ii) 'K' ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ರೇಖಾಶ್ಚಕ್ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ.

$$2x + 3y = 5; \quad 4x + Ky = 8$$

- A) 6 B) 3 C) 4 D) 2.

ಉತ್ತರ : A) 6

iii) 'K'ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ರೇಖಾಶ್ಚಕ್ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಒಕ್ಕಗೊಂಡಿವೆ.

$$2x + ky = 10; \quad x + 4y = 5$$

- A) 2. B) 4. C) 6. D) 8.

ಉತ್ತರ : D) 8.

iv) ಈ $2x + 3y = 5; \quad 4x + y = 10$ ರೇಖಾಶ್ಚಕ್ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ಸರಳರೇಖೆಗಳು.

- A) ಭೇದಸುತ್ತವೆ. B) ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ. C) ಒಕ್ಕಗೊಂಡಿವೆ. D) ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ.

ಉತ್ತರ : A) ಭೇದಸುತ್ತವೆ.

v) ಓರೆ -ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾಶ್ಚಕ್ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

2. ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಸುತ್ತವೆಯೆಂಬೇ? ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆಯೆಂಬೇ? ಅಥವಾ ಒಕ್ಕಗೊಂಡಿವೆಯೆಂಬೇ? ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೆಂಬೇ? ಅಥವಾ ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೆಂಬೇ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $5x - 4y + 8 = 0, \quad 7x + 6y - 9 = 0$

ಉತ್ತರ :

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \quad \& \quad a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

$$a_1 = 5, b_1 = -4, c_1 = 8 \quad a_2 = 7, b_2 = 6, c_2 = -9.$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3},$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

∴ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ

$$\text{ii). } 6x - 3y + 10 = 0 \quad 2x - y + 9 = 0$$

ಉತ್ತರ :

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \quad \& \quad a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

$$a_1 = 6, b_1 = -3, c_1 = 10 \quad a_2 = 2, b_2 = 1, c_2 = 9.$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{2} = 3, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1} = 3, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

∴ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರಗಳಿಲ್ಲ. ಮತ್ತು ಅಷ್ಟಿರವಾಗಿವೆ

$$\text{iii). } 9x + 3y + 12 = 0, \quad 18x + 6y + 24 = 0$$

ಉತ್ತರ :

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \quad \& \quad a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

$$a_1 = 9, b_1 = 3, c_1 = 12 \quad \& \quad a_2 = 18, b_2 = 6, c_2 = 24$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

∴ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಪರಸರ್ಪಿ ಇಕ್ಕೊಂಡಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ.

iv). ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ $3x + 4y = 9$. ನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ, ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಸಮೀಕರಣವನ್ನು: (i) ಫೋದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು ಬರುವಂತೆ, (ii) ಐಕ್ಯವಾಗುವ ರೇಖೆಗಳು ಬರುವಂತೆ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

(i) ಫೋದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \text{ ಸಾಧ್ಯವಾದ ಸಮೀಕರಣ } 3x - 5y = 10$$

(ii) ಐಕ್ಯವಾಗುವ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \text{ ಸಾಧ್ಯವಾದ ಸಮೀಕರಣ}$$

$$6x + 8y = 18$$

v). K ಯ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ, ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿ

$kx - 4y = 3, 6x - 12y = 9$ ಇವು ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ?

ಉತ್ತರ :

$$kx - 4y - 3 = 0 \text{ ಮತ್ತು } 6x - 12y - 9 = 0$$

$$\text{ಇಲ್ಲಿ, } a_1 = k, \quad b_1 = 4, \quad c_1 = -3$$

$$a_2 = 6, \quad b_2 = -12, \quad c_2 = -9$$

ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಕ್ಕೆ ನಿಬಂಧನೆ:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{k}{6}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{4}{-12} = \frac{1}{-3},$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{k}{6} = \frac{1}{-3} \Rightarrow -3k = -6$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $k = 2$

vi) p ಯ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಅನ್ನೆ

ಪರಿಹಾರವಿದೆ. $4x + py + 8 = 0$ ಮತ್ತು $2x + 2y + 2 = 0$.

ಉತ್ತರ :

$$4x + py + 8 = 0, \quad 2x + 3y + 5 = 0,$$

$$\text{ಇಲ್ಲಿ, } a_1 = 4, \quad b_1 = p, \quad c_1 = 8$$

$$a_2 = 2, \quad b_2 = 3, \quad c_2 = 5$$

$$\text{ಅನ್ನೆ ಪರಿಹಾರಕ್ಕೆ ನಿಬಂಧನೆಯು, } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

$$\therefore \frac{4}{2} \neq \frac{p}{4} \Rightarrow 2p \neq 16$$

$\therefore p \neq 8$ ನ್ನು ಹೊರತು ಪಡಿಸಿ, p ಯೇ ಚೆಲೆಗಳು 1, 2, 3,4, ಇತ್ಯಾದಿ ಅಗಿರಬಹುದು.

3. ರೇಖಾಶ್ಚಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

$$(i) x + y = 10, \quad x - y = 2, \quad (ii) 3x + 2y - 7 = 0, \quad 4x + y - 6 = 0$$

ಉತ್ತರ :

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ

$$(i) x + y = 10 \dots (i) \quad x - y = 2 \dots (ii)$$

$$x = 2 + y \dots (iii)$$

ಈ ಚೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (i) ರಲ್ಲಿ
ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$2 + y + y = 10$$

$$2 + 2y = 10$$

$$2y = 10 - 2$$

$$2Y = 8$$

$$2Y = 8 \quad y = \frac{8}{2}, \quad y = 4$$

ಸಮೀಕರಣ (iii) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$X = 2 + y, \quad X = 2 + 4$$

$$X = 6 \quad y = 4$$

ಉತ್ತರ :

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ

$$(ii) 3x + 2y - 7 = 0 \dots (i) \quad 4x + y - 6 = 0 \dots (ii)$$

$$y = 6 - 4X \dots (iii)$$

ಈ ಚೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (i) ರಲ್ಲಿ
ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$3x + 2(6 - 4X) - 7 = 0$$

$$3x + 12 - 8X - 7 = 0$$

$$-5X = -12 + 7, \quad -5X = -5$$

$$5X = 5$$

$$X = \frac{5}{5}, \quad X = 1$$

ಸಮೀಕರಣ (iii) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$$Y = 6 - 4X, \quad Y = 2 - 4(1),$$

$$Y = 2 - 4, \quad Y = -2. \quad x = 1$$

4. ರೇಖಾಶ್ಚಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ. (i) $x + y = 5, \quad 2x - 3y = 5$,

ಉತ್ತರ :

ವರ್ಚಿನ್‌ಸುವ ವಿಧಾನ

$$(i) x + y = 5 \dots (1), \quad 2x - 3y = 5 \dots (2)$$

ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು

$$3x + 3y = 15 \dots (3)$$

(3) ಮತ್ತು (2)ರ ಹೊತ್ತೆ

$$3x + 3y = 15$$

$$\underline{2x - 3y = 5}$$

$$5x = 20, \quad X = \frac{20}{5}, \quad x = 4$$

$X = 4$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$x + y = 5, \quad 4 + y = 5,$$

$$Y = 5 - 4, \quad y = 1$$

$$\therefore X = 4 \text{ ಮತ್ತು } y = 1$$

(ii) $3x + y = 9, \quad 2x + 3y = 13$

ಉತ್ತರ :

ಒರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ

$$(ii) 3x+y=9....(1) \quad 2x+3y=13....(2)$$

$$3x + y - 9 = 0, \quad 2x + 3y - 13 = 0$$

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \quad \& \quad a_2 x + b_2 y + c_2 = 0 \quad a_1=3, \quad b_1=1, \quad c_1=-9 \quad \& \\ a_2=2, \quad b_2=3, \quad c_2=-13$$

$$X = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$x = \frac{1(-13) - 3(-9)}{3x3 - 2x1}$$

$$x = \frac{-13 + 27}{9 - 2}$$

$$x = \frac{14}{7}, \quad x = 2$$

$$y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$y = \frac{-9(2) - (-13)x3}{3x3 - 2x1}$$

$$y = \frac{-18 + 39}{9 - 2}$$

$$y = \frac{21}{7}, \quad y = 3$$

5 ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ. $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13, \quad \frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$

ಉತ್ತರ : $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{x}\right) + 3\left(\frac{1}{y}\right) = 13.....(1)$

$$\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$$

$$\Rightarrow 5\left(\frac{1}{x}\right) - 4\left(\frac{1}{y}\right) = -2.....(2)$$

$$\frac{1}{x} = p \quad \text{ಮತ್ತು} \quad \frac{1}{y} = q \quad \text{ಅಗಿರಿ}$$

$$(1) \Rightarrow 2p + 3q = 13 (3) \times 4$$

$$(2) \Rightarrow 5p - 4q = -2 (4) \times 3$$

$8p + 12q = 52$ $\underline{15p - 12q = -6}$ $23p = 46$ $\Rightarrow p = 2$ $\frac{1}{x} = p$ $\Rightarrow \frac{1}{x} = 2$ $\Rightarrow x = \frac{1}{2}$	$p = 2 \text{ ಸಮೀಕರಣ } (3) \text{ ರಲ್ಲಿ \text{ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ}$ $2(2) + 3q = 13$ $3q = 13 - 4 \Rightarrow 3q = 9$ $\Rightarrow q = 3$ $\frac{1}{y} = q$ $\Rightarrow \frac{1}{y} = 3$ $\Rightarrow y = \frac{1}{3}$
---	--

6 2ಪೆನ್ನಲು & 3 ರಬ್ಬರ್ಗಳ ಬೆಲೆ ರೂ 9 & 3 ಪೆನ್ನಲು ಮತ್ತು 6 ರಬ್ಬರ್ಗಳ ಬೆಲೆ ರೂ 15. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆನ್ನಲು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರಬ್ಬರ್ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

1ಪೆನ್ನನ ಬೆಲೆ ರೂ x, 1 ರಬ್ಬರ್ನ ಬೆಲೆ ರೂ y ಅಗಿರಲಿ.

ಸಮೀಕರಣಗಳು

$$2x + 3y = 9 \dots\dots(1) \quad 3x + 6y = 15 \dots\dots(2)$$

$$2x + 3y - 9 = 0, \quad 3x + 6y - 15 = 0$$

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \quad \& \quad a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

$$a_1=2, b_1=3, c_1=-9 \quad \& \quad a_2=3, b_2=6, c_2=-15$$

$$X = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$x = \frac{3(-15) - 6(-9)}{2 \times 6 - 3 \times 3}$$

$$x = \frac{-45 + 54}{12 - 9}$$

$$x = \frac{9}{3}, \quad x = 3$$

1ಪೆನ್ನನ ಬೆಲೆ ರೂ 3

$$y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$y = \frac{-9 \times 3 - (-15) \times 2}{2 \times 6 - 3 \times 3}$$

$$y = \frac{-27 + 30}{12 - 9}$$

$$y = \frac{3}{3}, \quad y = 1$$

1 ರಬ್ಬರ್ನ ಬೆಲೆ ರೂ 1

7. ಎರಡಂಕೆಗಳ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅದರ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಇನ್ವೆಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಡಿದಾಗ ದೋರೆಯುವ ಮೊತ್ತ 66. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಕೆಗಳಿಗಿರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 2 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇಂತಹ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ?

ಉತ್ತರ :

ಮೊದಲನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನ ಮತ್ತು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಗಳು
ಕ್ರಮವಾಗಿ x ಮತ್ತು y ಎಂದಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊದಲನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಸ್ತಾರ ರೂಪ $10x + y$ [ಉದಾಹರಣೆಗೆ $56 = 10(5) + 6$]

ಅಂಕಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ, x ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು y ಹತ್ತರ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಸ್ತಾರ ರೂಪ $10y + x$ ಆಗುತ್ತದೆ. [ಉದಾ: 56ರ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ, $65 = 10(6) + 5$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ].

ನಿಬಂಧನೆಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ, $(10x + y) + (10y + x) = 66$

$$11(x + y) = 66$$

$$x + y = 6 \quad \text{-----}(1)$$

ಅಂಕಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 2.

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ, } x - y = 2 \quad \text{-----}(2)$$

$$\text{ಅಥವಾ } y - x = 2 \quad \text{-----}(3)$$

$x + y = 6$ $\underline{x - y = 2}$ $2x = 8, \quad X = \frac{8}{2}, \quad x = 4$ <p>$X = 4$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1)ರಲ್ಲಿ ಅದೇಶಿಸಿದಾಗ</p> $x + y = 6, \quad 4 + y = 6,$ $Y = 6 - 4, \quad y = 2$ $\therefore x = 4 \text{ ಮತ್ತು } y = 2$ <p>ಈ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ, ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 42.</p>	$y + x = 6$ $\underline{y - x = 2}$ $2y = 8, \quad y = \frac{8}{2}, \quad y = 4$ <p>$y = 4$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1)ರಲ್ಲಿ ಅದೇಶಿಸಿದಾಗ</p> $x + y = 6, \quad x + 4 = 6,$ $x = 6 - 4, \quad x = 2$ $\therefore x = 2 \text{ ಮತ್ತು } y = 4$ <p>ಈ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ, ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು 24</p>
--	---

8 अಘ್ರಾಬ್ ತಮ್ಮ ಮಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ, “ಎಂತು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಆಗಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಏಳು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿತ್ತು. ಇನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಕೂಡಾ ಆವಶ್ಯಕ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ”. ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ :

ಅಘ್ರಾಬ್ ಮತ್ತು ಅವಳ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ) ಕ್ರಮವಾಗಿ x ಮತ್ತು y ಎಂದಿರಲಿ ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ,

ಅಘ್ರಾಬ್ ಮತ್ತು ಅವಳ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ) ಕ್ರಮವಾಗಿ $x - 7$ ಮತ್ತು $y - 7$ ರೇಖಾಶ್ಕಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

$$x - 7 = 7(y - 7),$$

$$x - 7y + 42 = 0 \quad \dots \quad (1)$$

ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ

ಅಘ್ರಾಬ್ ಮತ್ತು ಅವಳ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ) ಕ್ರಮವಾಗಿ $x + 3$ ಮತ್ತು $y + 3$ ರೇಖಾಶ್ಕಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

$$x + 3 = 3(y + 3),$$

$$x - 3y = 6 \quad \Rightarrow \quad x = 3y + 6 \quad \dots \quad (2)$$

x ನ ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$(3y + 6) - 7y + 42 = 0$	y ಯ ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ
$3y + 6 - 7y + 42 = 0$	ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ, $x = 3(12) + 6 = 42$
$-4y = -48$	ಆದ್ದರಿಂದ, ಅಘ್ರಾಬ್ ಮತ್ತು ಅವರ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು
$4y = 48, \quad y = \frac{48}{4}, \quad y = 12$	ಕ್ರಮವಾಗಿ 42 ಮತ್ತು 12 ವರ್ಷಗಳಾಗಿವೆ.

9. ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಭೇದದಿಂದ 1ನ್ನು ಕಡೆದು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದರೆ, 1 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಭೇದಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು $\frac{1}{2}$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾವುದು?

ಉತ್ತರ :

ಭಿನ್ನರಾಶಿ $\frac{x}{y}$ ಅಗಿರಲಿ. ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾಹಿತಿ ಪ್ರಕಾರ

$$\frac{x+1}{y-1} = 1$$

$$x + 1 = y - 1$$

$$\Rightarrow x - y = -2 \quad \text{---(i)}$$

$$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{2}$$

$$2x = y + 1$$

$$\Rightarrow 2x - y = 1 \quad \text{---(ii)}$$

ಸಮೀಕರಣ (i) ರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (i)ನ್ನು ಕಡೆದಾಗ,

$$x - y = -2$$

$$\underline{+2x - y = +1}$$

$$-x = -3 \Rightarrow x = 3 \quad \text{---(iii)}$$

ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (i)ರಲ್ಲಿ ಆದೃಶಿಸಿದಾಗ

$$3 - y = -2$$

$$-y = -2 - 3$$

$$-y = -5$$

$$-y = 5$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು $\frac{3}{5}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

10. ಹೆದ್ದಾರಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ A ಮತ್ತು B ಎಂಬ ವರಡು ಸ್ಥಳಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 100km. ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾರು A ಯಿಂದಲೂ ಇನ್ನೊಂದು ಕಾರು B ಯಿಂದಲೂ ಹೊರಡುತ್ತವೆ. ಕಾರುಗಳು ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಜವದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದರೆ ಅವುಗಳು 5 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. A ಕಾರು B ಯ ಕಡೆಗೆ, B ಕಾರು A ಯ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸಿದರೆ, ಅವುಗಳು ಸಂಧಿಸಲು ಒಂದು ಗಂಟೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಕಾರುಗಳ ಜವಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ଲୁତ୍ଫର :

ಮೊದಲನೆ ಕಾರಿನ ಜವ u km/h ಅಗಿರಲು. ಮತ್ತು

වරදන් කාරින සුව කේමවාගි v km/h අගිරල.

ವರಡು ಕಾರುಗಳು ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವಾಗ ಅಪ್ಪಂಗಳ ಸಾಮೇತ್ತ ಜವ = $(u - v)$ km/h

எரಡு காருகள் விருட்டி தீவிரமாக செல்லுதல் போன்ற நிலையில் செல்லுவதை விருட்டி விருட்டி என்கிறோம்.

ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯ ಪ್ರಕಾರ.

$$\underline{u + v = 100} \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕೊಡಿದಾಗ,

ತಿಂದಿರ್ಪಿನ ಸಮೀಕರಣ (ii) ರಲ್ಲಿ ಆದಾಗ್ಯಿಸಿದಾಗ,

$$u + v = 100$$

$$\Rightarrow 60 + v = 100$$

$$\Rightarrow v \equiv 100 - 60$$

$$\Rightarrow v = 40 \text{ km/h}.$$

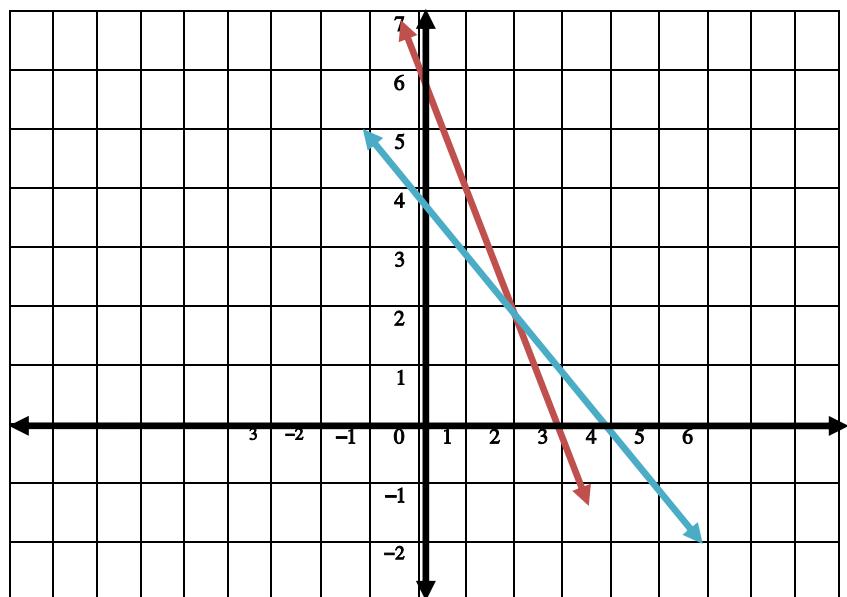
ಆದ್ವರಿಂದ,

ಒಂದು ಕಾರಿನ ಜವ = 60 km/h ಮತ್ತು

ಮತ್ತೊಂದು ಕಾರಿನ ಜವ = 40 km/h.

11. ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ: $Y = 6 - 2x$, $Y = 4 - x$

$Y = 6 - 2X$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr> <td>Y</td><td>6</td><td>4</td><td>2</td></tr> </table>	X	0	1	2	Y	6	4	2	$Y = 4 - X$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr> <td>Y</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td></tr> </table>	X	0	1	2	Y	4	3	2
X	0	1	2														
Y	6	4	2														
X	0	1	2														
Y	4	3	2														
$X = 0, Y = 6 - 2 \times 0, \Rightarrow 6 - 0, \Rightarrow 6$	$X = 0, Y = 4 - 0, \Rightarrow 4$																
$X = 1, Y = 6 - 2 \times 1, \Rightarrow 6 - 2, \Rightarrow 4$	$X = 1, Y = 4 - 1, \Rightarrow 3$																
$X = 2, Y = 6 - 2 \times 2, \Rightarrow 6 - 4, \Rightarrow 2$	$X = 2, Y = 4 - 2, \Rightarrow 2$																



$$X = 2$$

$$Y = 2$$

12. ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನೆಡ್ದಿಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ: $X + 2Y = 11$, $2X - 3Y = -6$.

$$2y = 11 - x,$$

$$y = \frac{11-x}{2}$$

X	1	3	5
Y	5	4	3

$$-3y = -6 - 2x,$$

$$y = \frac{6+2x}{3}$$

X	0	3	6
Y	2	4	6

$$y = \frac{11-x}{2}$$

$$X=1, \Rightarrow Y = \frac{11-1}{2}, \Rightarrow \frac{10}{2} \Rightarrow 5$$

$$X=3, \Rightarrow Y = \frac{11-3}{2}, \Rightarrow \frac{8}{2} \Rightarrow 4$$

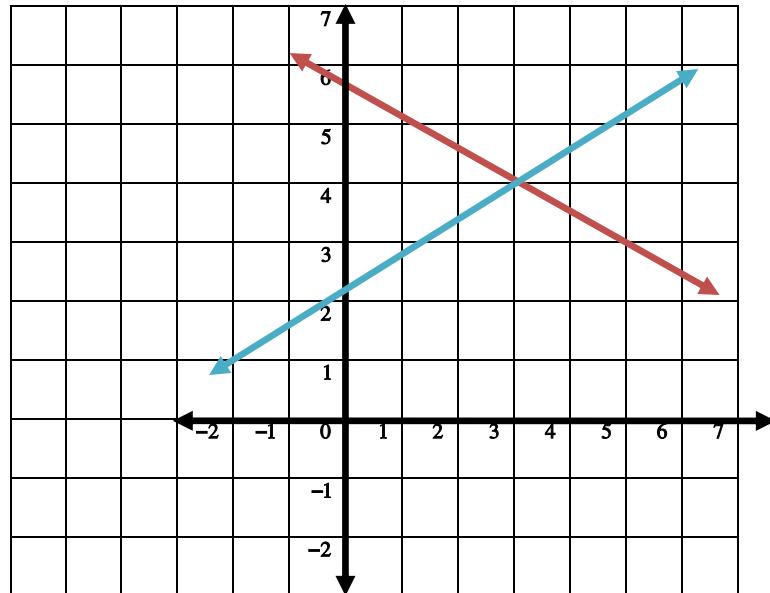
$$X=5, \Rightarrow Y = \frac{11-5}{2}, \Rightarrow \frac{6}{2} \Rightarrow 3$$

$$y = \frac{6+2x}{3}$$

$$x = 0, \Rightarrow Y = \frac{6+2 \times 0}{3}, \Rightarrow \frac{6+0}{3}, \Rightarrow \frac{6}{3}, \Rightarrow 2$$

$$x = 3, \Rightarrow Y = \frac{6+2 \times 3}{3}, \Rightarrow \frac{6+6}{3}, \Rightarrow \frac{12}{3}, \Rightarrow 4$$

$$x = 6, \Rightarrow Y = \frac{6+2 \times 6}{3}, \Rightarrow \frac{6+12}{3}, \Rightarrow \frac{18}{3}, \Rightarrow 6$$



$$X = 3$$

$$Y = 4$$

13. ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಷ್ಟೀಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ: $X + Y = 5$, $2X - Y = 4$.

$$X + Y = 5,$$

$$Y = 5 - X$$

X	0	1	2
Y	5	4	3

$$Y = 5 - X$$

$$X=0, \quad Y = 5 - 0 \Rightarrow 5$$

$$X=1, \quad Y = 5 - 1 \Rightarrow 4$$

$$X=2, \quad Y = 5 - 2 \Rightarrow 3$$

$$2X - Y = 4,$$

$$Y = 2X - 4$$

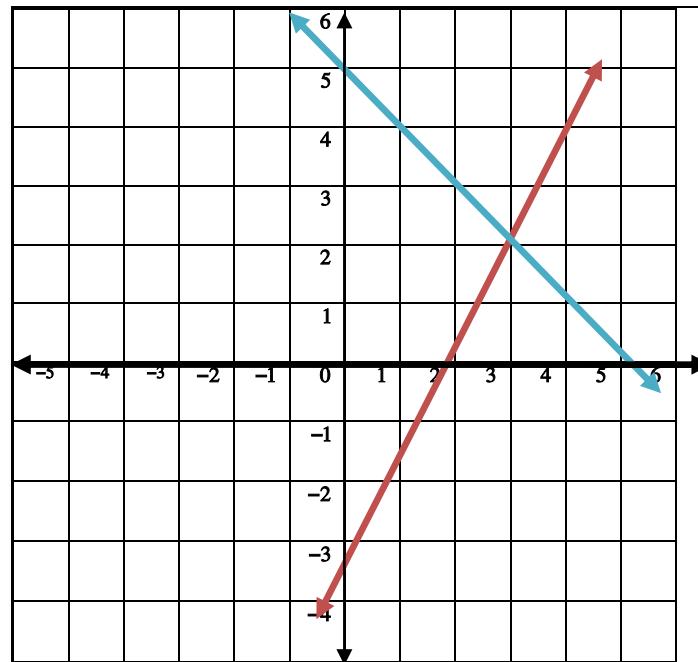
X	0	1	2
Y	-4	-2	0

$$Y = 2X - 4$$

$$X = 0, \quad Y = 2(0) - 4, \Rightarrow 0 - 4, \Rightarrow -4$$

$$X = 1, \quad Y = 2(1) - 4, \Rightarrow 2 - 4, \Rightarrow -2$$

$$X = 2, \quad Y = 2(2) - 4, \Rightarrow 4 - 4, \Rightarrow 0$$



$$X = 3$$

$$Y = 2$$

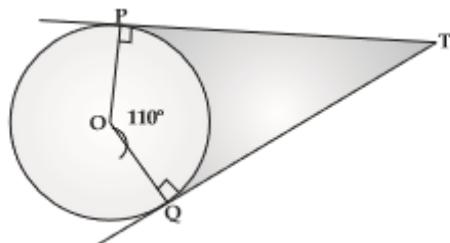
4. ವೃತ್ತಗಳು

ಸ್ವರ್ತ್ರಕದ ಲಕ್ಷಣಗಳು:

1. ಭೇದಕ (Secant) : ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು, ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸದರರೇಖೆಯನ್ನು ಭೇದಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
2. ಸ್ವರ್ತ್ರಕ (Tangent) : ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯು ವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸದರೆ ಆ ರೇಖೆಯನ್ನು ಸ್ವರ್ತ್ರಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
3. ಸ್ವರ್ತ್ರ ಬಿಂದು : ಸ್ವರ್ತ್ರಕವು ವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸ್ವರ್ತ್ರ ಬಿಂದು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
4. ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಭೇದಕ ರೇಖೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
5. ಯಾವುದೇ ಸ್ವರ್ತ್ರಕವು ವೃತ್ತದ ಒಳಗಿನ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವುದಿಲ್ಲ.
6. ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸ್ವರ್ತ್ರಕ ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯ.
7. ಯಾವುದೇ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ವರ್ತ್ರಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಶ್ರೀಜ್ಯವು ಸ್ವರ್ತ್ರಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಬಹು ಅಯ್ಯೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

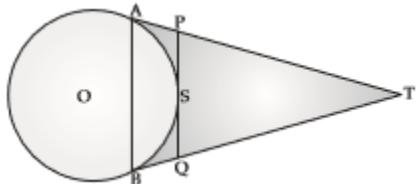
1. ಪಕ್ಷದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ TP ಮತ್ತು TQ ಗಳು O . ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಸ್ವರ್ತ್ರಕಗಳು $\angle PTQ$ ನ ಅಳತೆ



- (a) 90° (b) 110° (c) 70° (d) 40°

ಉತ್ತರ : (c) 70°

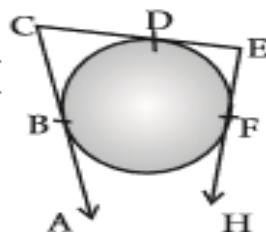
2. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, TA ಮತ್ತು TB ಗಳು O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು T ನಿಂದ ಎಳೆದಿರುವ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು PQ ಪ್ರಾಯ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ S ಇನ್ನೊಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ ΔPTQ ನ ಸುತ್ತಳತೆ 20 cm ,. ಅದರೆ AT ಯ ಉದ್ದ್ವ _____



- (a) 8 cm (b) 10 cm (c) 16 cm (d) 20 cm

ಉತ್ತರ : (b) 10 cm

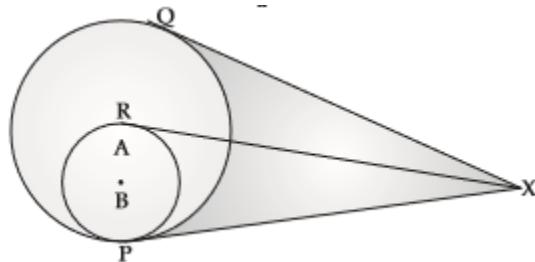
3. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AC, CE ಮತ್ತು EH ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ B, D ಮತ್ತು F ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು $CB = 5\text{ cm}$. ಮತ್ತು $EF = 3\text{ cm}$, ಅದರೆ CE ಯ ಉದ್ದ್ವ _____



- (a) 2 cm (b) 5 cm (c) 3 cm (d) 8 cm

ಉತ್ತರ : (d) 8 cm

4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ XP, XQ ಮತ್ತು XR ಗಳು ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು $XQ = 9\text{ cm}$, ಅದರೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕ XR ನ ಉದ್ದ್ವ _____



- (a) 18 cm (b) 10 cm (c) 9 cm (d) 12 cm

ಉತ್ತರ : (c) 9 cm

5. ಏಕಕೋಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ತೀಜ್ಞಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 8 cm ಮತ್ತು 10 cm ಆಗಿವೆ. ಒಳಗನ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿರುವ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವು _____.

- (a) 6 cm (b) 8 cm (c) 12 cm (d) 20 cm

ಉತ್ತರ : (c) 12 cm

6. 8 cm ತೀಜ್ಞಪುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10 cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು _____.

- (a) 8 cm (b) 18 cm (c) 2 cm (d) 6 cm

ಉತ್ತರ : (d) 6 cm

7. ಒಂದು ಬಿಂದು Q ದಿಂದ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು 24 cm ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ Q ಬಿಂದು ನಡುವಿನ ದೂರ 25 cm ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ತೀಜ್ಞವು

- A) 7 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 24.5 cm

ಉತ್ತರ : A) 7 cm

8. 'O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾದ PA ಮತ್ತು PB ಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 80° ಆದರೆ $\angle POA$ ದ ಅಳತೆಯು

- A) 50° B) 60° C) 70° D) 80°

ಉತ್ತರ : A) 50°

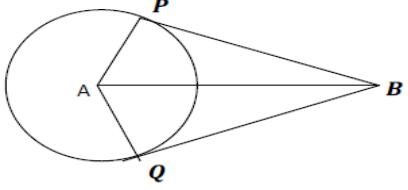
9 ವೃತ್ತದ ತೀಜ್ಞ 8 cm ಮತ್ತು ಒಂದು ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವು 12 cm ಆಗಿದ್ದಾಗ, ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾದ ಗಿರುವ

ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಉತ್ತರ : $\sqrt{27}\text{ cm}$

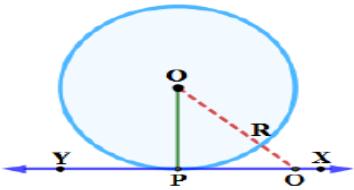
ಪ್ರಮೇಯ

ಬಾಹ್ಯಭಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಲೆದ ಸ್ವರ್ಚಕ ಗಳೆ ಉದ್ದೇಪು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

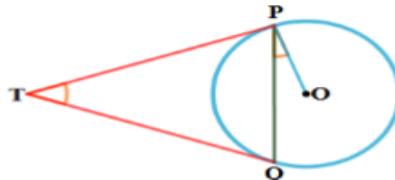
	ದತ್ತ : A ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ, B P ಮತ್ತು B Q ಸ್ವರ್ಚಕಗಳು ಸಾಧನೀಯ	A ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ, B P ಮತ್ತು B Q ಸ್ವರ್ಚಕಗಳು BP =BQ
	ಸಾಧನೆ : $\triangle APB \cong \triangle AQB$ ಗಳಲ್ಲಿ $\angle P = \angle Q = 90^\circ$ $AB = AB$ $AP = AQ$ (ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು) $\therefore \triangle APB \cong \triangle AQB$ $\therefore BP = BQ$	

ಪ್ರಮೇಯ

ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಲೆದ ಸ್ವರ್ಚಕವು ಸ್ವರ್ಚ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಲೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

	ದತ್ತ : O ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ , XY ಸ್ವರ್ಚಕ ಮತ್ತು OP ತ್ರಿಜ್ಯ . ಸಾಧನೀಯ	O ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ , XY ಸ್ವರ್ಚಕ ಮತ್ತು OP ತ್ರಿಜ್ಯ . OP ⊥ XY
	ರಚನೆ : P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, XY ಮೇಲೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದು Q ಗುರ್ತಿಸಿ ಮತ್ತು OQ ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ .	$OP = OR$ (ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು) $OQ = OR + RQ$ $OQ > OR$ $OQ > OP$ ($OP = OR$) OP ಯು O ನಿಂದ XY ಸ್ವರ್ಚಕಕ್ಕೆ ಕೆಣಷ್ಟ ದೂರವಾಗಿದೆ . $\therefore OP \perp XY$

11. 'O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯಭಿಂದು T ಯಿಂದ TP ಮತ್ತು TQ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. $\angle PTQ = 2 \angle OPQ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.



ಉತ್ತರ :

'O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ವೃತ್ತ, ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು T, ಮತ್ತು TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು P ಮತ್ತು Q ಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು $\angle PTQ = 2 \angle OPQ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

$$\angle PTQ = \theta \text{ ಆಗಿರಲಿ}$$

$TP = TQ$ ಅದ್ದಂತೆ TPQ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಭಾಗ ತೀಭುಜವಾಗಿದೆ.

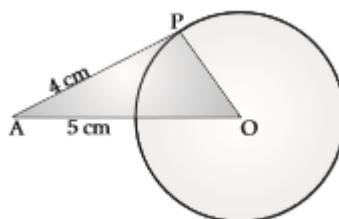
$$\angle TPQ = \angle TQP = \frac{1}{2} (180^\circ - \theta) = 90^\circ - \frac{1}{2} \theta,$$

$$\angle OPT = 90^\circ \text{ ಅದ್ದಂತೆ } \angle OPQ = \angle OPT - \angle TPQ = 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2} \theta \right)$$

$$= \frac{1}{2} \theta = \frac{1}{2} \angle PTQ$$

$$\angle PTQ = 2 \angle OPQ$$

12. ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 5 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ 4 cm. ಆಗಿದ್ದಾಗ ವೃತ್ತದ ಶ್ರೀಜವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ :

ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ O ಆಗಿರಲಿ. AP ಯು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದ್ದು, A. ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ.

$$OA = 5 \text{ cm} \quad AP = 4 \text{ cm}$$

$\triangle ABO$, ನಲ್ಲಿ $OP \perp AP$ [ತೀಜ್ಞ ಮತ್ತು ಸ್ವರ್ಚಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ]
ಪ್ಯಾಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ

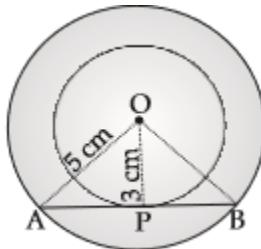
$$AP^2 + PO^2 = OA^2,$$

$$4^2 + PO^2 = 5^2$$

$$16 + PO^2 = 25,$$

$$PO^2 = 9 \quad \therefore PO = 3, \quad \therefore \text{ಷ್ಟದ ತೀಜ್ಞ} = 3 \text{ cm.}$$

13. 5 cm ಮತ್ತು 3 cm. ತೀಜ್ಞವುಳ್ಳ ಎರಡು ಏಕೆಂಬಿಯ ವೃತ್ತಗಳು ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತ ಜ್ಯಾ ವು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ವರ್ಚಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಜ್ಯಾ ದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ..



ಉತ್ತರ :

O. ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು 5 cm & 3 cm ತೀಜ್ಞವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

PQ ವು ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾ ಅಗಿದ್ದು, ಇದು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತವನ್ನು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ವರ್ಚಿಸುತ್ತದೆ.

$\therefore PQ$ ವು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ಸ್ವರ್ಚಿಕಾಗಿದೆ.

ತೀಜ್ಞವು ಸ್ವರ್ಚಿಕದ ಸ್ವರ್ಚಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$\therefore \perp OA \perp PQ \quad \angle OAP$, ನಲ್ಲಿ ಪ್ಯಾಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$$OA^2 + AP^2 = OP^2$$

$$32 + AP^2 = 5^2$$

$$9 + AP^2 = 25$$

$$AP^2 = 25 - 9 = 16$$

$$AP^2 = 16 \quad AP = 4 \text{ cm}$$

$\therefore OPQ$, ನಲ್ಲಿ $\perp OA \perp PQ$

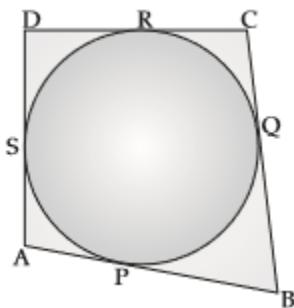
ತೀಜ್ಞವು ಸ್ವರ್ಚಿಕದ ಸ್ವರ್ಚಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದರಿಂದ.

$$AP = AQ$$

$$\therefore PQ = 2AP = 2 \times 4 = 8$$

\therefore ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾ ದ ಉದ್ದ = 8 cm

14. ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸುತ್ತುವರೆದಂತೆ ಚತುಭುಜವಿದೆ (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ) $AB + CD = AD + BC$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಒಂದೇ ಬಾಣ್ಯ ಬಿಂದುವನಿಂದ ಎಲೆದ ಸ್ವರ್ಚಕದ ಉದ್ದ ಸಮಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$$DR = DS \quad (1)$$

$$CR = CQ \quad (2)$$

$$BP = BQ \quad (3)$$

$$AP = AS \quad (4)$$

ಎಲ್ಲಾ ಸಮೀಕರಣ ಕೊಡಿಸಿದಾಗ

$$DR + CR + BP + AP = DS + CQ + BQ + AS$$

$$(DR + CR) + (BP + AP) = (DS + AS) + (CQ + BQ)$$

$$CD + AB = AD + BC$$

5. ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

1. ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ (ಪರಿಧಿ) = $2\pi r$ ಅಥವಾ πd , ಇಲ್ಲಿ d = ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು r = ವೃತ್ತದ ತೀಕ್ಷ್ಣ.
2. ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2
3. ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \pi r^2$
4. ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ = $\pi r + 2r = (\pi + 2)r$
5. ಒಳೆ ಅರ್ಧವಾ ಉಂಗುರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi(R^2 - r^2)$ R ಹೊರ ವೃತ್ತದತೀಕ್ಷ್ಣ, r = ಒಳ ವೃತ್ತದತೀಕ್ಷ್ಣ
6. ಚಕ್ರವು ಒಂದು ಸುತ್ತು ಸುತ್ತಿದೆಗೆ ಚಲನಿಸಿದ ದೂರ = ಚಕ್ರದ ಸುತ್ತಳತೆ (ಪರಿಧಿ) = $2\pi r$ ಅಥವಾ πd
7. ಒಂದು ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಭ್ರಮಣೀಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $\frac{\text{ಚಲನಿಸಿದ ದೂರ}}{\text{ವೃತ್ತದ ಪರದಿ}}$
8. ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$
9. ವರ್ಗ ಅರ್ಧವಾ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = a^2 .
10. ತೀಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} b h$.
ಬಹು ಆಯ್ದು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.

1. 14cm ತೀಕ್ಷ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತದ ಪರಧಿಯ ಅಳತೆ.....

- (A) 44 cm (B) 88 cm (C) 66 cm (D) 154 cm

ಉತ್ತರ : (B) 88 cm

2. 7 cm ತೀಕ್ಷ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

- (A) 76 cm^2 (B) 49 cm^2 (C) 105 cm^2 (D) 154 cm^2

ಉತ್ತರ : (D) 154 cm^2

3. 21 ಸೆಂ.ಮೀ ತೀಕ್ಷ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಂಸವು ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60° ಕೋನವನ್ನಂಟು ಮಾಡಿದಾಗ ವೃತ್ತದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ

- (A) 22 ಸೆಂ.ಮೀ (B) 54 ಸೆಂ.ಮೀ (C) 88 ಸೆಂ.ಮೀ (D) 44 ಸೆಂ.ಮೀ

ಉತ್ತರ : (A) 22 ಸೆಂ.ಮೀ

4. ತೀಜ್ಞ $\frac{7}{2}$ cm ಮತ್ತು ಕೋನವು 30° ಇರುವ ತೀಜ್ಞಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ:

- (A) $\frac{77}{2} \text{ cm}^2$ (B) $\frac{77}{14} \text{ cm}^2$ (C) $\frac{77}{6} \text{ cm}^2$ (D) $\frac{77}{12} \text{ cm}^2$

ಉತ್ತರ : (C) $\frac{77}{6} \text{ cm}^2$

5. 36 ಸೆ.ಮೀ ಮತ್ತು 20 ಸೆ.ಮೀ ವಾಸ್ತವಿಕ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿಗಳ ಜೀವಿಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಗೆ ಸಮಾದರೆ ಅ ವೃತ್ತದ ತೀಜ್ಞ

- (A) 56cm (B) 28cm (C) 36cm (D) 20cm

ಉತ್ತರ : (B) 28cm

6. ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಸುತ್ತಲೂ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ್ಗೆ ₹24 ರಂತೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ ₹5280. ಹೊಲವನ್ನು ಉಳಳಲು ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್ಗೆ ₹0.50 ರಂತೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಬೇಲಿಯ ಉದ್ದ (ಮೀಟರ್ಗಳಲ್ಲಿ) = $\frac{\text{ಒಟ್ಟು ವೆಚ್ಚ}}{\text{ದರ}} = \frac{5280}{24} = 220\text{m}$

$$\text{ಹೊಲದ ಪರಿಧಿ} = 220 \text{ m.} \quad 2\pi r = 220$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 220$$

$$r = \frac{220 \times 7}{2 \times 22} \quad r = 35\text{m}$$

ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ತೀಜ್ಞವು 35 m

$$\text{ಹೊಲದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 35 \times 35$$

$$\text{ಹೊಲದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 3850 \text{ m}^2$$

$$\text{ಹೊಲವನ್ನು ಉಳಳಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ} = 0.50 \times 3850$$

$$\text{ಹೊಲವನ್ನು ಉಳಳಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ} = ₹1925$$

7. ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ತೀಜ್ಞಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 19 cm ಮತ್ತು 9 cm ಇದೆ. ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ತೀಜ್ಞವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಉತ್ತರ :

$$\text{ಮೊದಲ ವೃತ್ತದ ತೀಜ್ಞ} = 19 \text{ cm}$$

ಎರಡನೇ ವೃತ್ತದ ತೀಳ್ಜ್ಯ = 9 cm

ಮೂರನೇ ವೃತ್ತದ ತೀಳ್ಜ್ಯ r ಆಗಿರಲಿ.

ಮೊದಲನೇ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = $2\pi r_1 = 2\pi \times 19$

ಎರಡನೇ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = $2\pi r_2 = 2\pi \times 9$

ಮೂರನೇ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = $2\pi r$

ಮೂರನೇ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = ಮೊದಲನೇ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ + ಎರಡನೇ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ

$$2\pi r = 2\pi \times 19 + 2\pi \times 9$$

$$2\pi r = 2\pi (19 + 9)$$

$$r = 28\text{cm}$$

ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ತೀಳ್ಜ್ಯ 28 ಸೆ.ಮೀ.

8. ಕಾರಿನ ಪ್ರತಿ ಚಕ್ರದ ವ್ಯಾಸ 80 cm ಇದೆ. ಕಾರು ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 66 km ಜವಡಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವಾಗ ಪ್ರತಿ ಚಕ್ರವು 10 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಏಷ್ಟು ಸಂಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಸುತ್ತುತ್ತದೆ?

ಉತ್ತರ :

ಕಾರಿನ ಚಕ್ರದ ವ್ಯಾಸ = 80 cm

ಕಾರಿನ ಚಕ್ರದ ತೀಳ್ಜ್ಯ = 40 cm

ಕಾರಿನ ಚಕ್ರದ ಸುತ್ತುಳತೆ = $2\pi r = 2\pi(40)$

$$= 80\pi \text{ cm}$$

ಕಾರಿನ ಜವ = $66 \text{ ಕ.ಮೀ / ಗಂಟೆ} = \frac{66 \times 1000 \times 100}{60} = 110000 \text{ ಸೆ.ಮೀ/ಮಿ.}$

10 ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಕಾರು ಚಲಿಸುವ ದೂರ = $110000 \times 10 = 1100000 \text{ ಸೆ.ಮೀ}$ ಕಾರಿನ

$$\begin{aligned} \text{ಚಕ್ರದ ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n &= \frac{\text{ಚಲಿಸಿದ ದೂರ}}{\text{ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ}} \\ &= \frac{1000000}{80\pi} = \frac{1000000 \times 7}{80 \times 22} \end{aligned}$$

$$\text{ಕಾರಿನ ಚಕ್ರದ ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n = 4375$$

9. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತೀಕ್ಷ್ಣಾಂಶರ ಹಿಂಡದ ತೀಕ್ಷ್ಣ 6 ಸೆಂ.ಮೀ ತೀಕ್ಷ್ಣಾಂಶರ ಹಿಂಡದ ಕೋನವು 60° ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

ಉತ್ತರ :

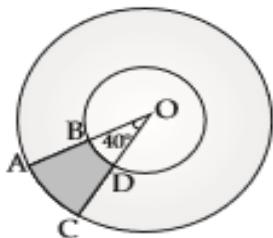
$$\text{ತೀಕ್ಷ್ಣಾಂಶರ ಹಿಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$\text{ತೀಕ್ಷ್ಣಾಂಶರ ಹಿಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6$$

$${}^1\text{ತೀಕ್ಷ್ಣಾಂಶರ ಹಿಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6$$

$$= 3.14 \times 6 = 18.84 \text{ cm}^2$$

10. ಕೇಂದ್ರ O ಇರುವ ಎರಡು ಏಕೆಂಬ್ರಿಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 7 cm ಮತ್ತು 14 cm ಇವೆ. ಮತ್ತು $AOC = 40^\circ$ ಆದರೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಘಾಯಕೃತ ಭಾಗದವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ :

$$\text{ಘಾಯಕೃತ ಭಾಗದವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = OAC \text{ ತೀಕ್ಷ್ಣಾಂಶರ ಹಿಂಡದ}$$

$$\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} - OBD \text{ ತೀಕ್ಷ್ಣಾಂಶರ ಹಿಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

$$\text{ಘಾಯಕೃತ ಭಾಗದವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{\theta}{360} \times \pi (R^2 - r^2)$$

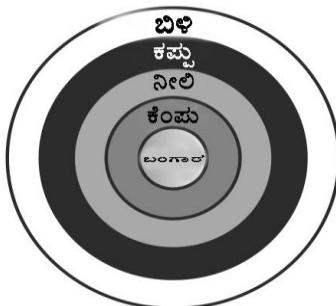
$$\text{ಘಾಯಕೃತ ಭಾಗದವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{40}{360} \times \frac{22}{7} (14 \times 14 - 7 \times 7)$$

$$\text{ಘಾಯಕೃತ ಭಾಗದವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{9} \times \frac{22}{7} (196 - 49)$$

$$\text{ಘಾಯಕೃತ ಭಾಗದವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{9} \times \frac{22}{7} (147)$$

$$\text{ಘಾಯಕೃತ ಭಾಗದವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{154}{3} \text{ cm}^2$$

11. ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಬಂಗಾರ, ಕೆಂಪು, ನೀಲಿ, ಕಪ್ಪು ಮತ್ತು ಬಿಳಿ ಎಂಬ ಏದು ಅಂಕಗಳಿಕೆಯ ವಲಯಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ ರೂಪಾಯಿಸಿರುವ ಬಾಣದ ಗುರಿಫಲಕವನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬಂಗಾರ ವಲಯದ ವ್ಯಾಸವು 21 cm ಆಗಿದ್ದು ನಂತರದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಲಯಗಳು 10.5 cm ಆಗಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಈ ಏದು ಅಂಕಗಳಿಕೆಯ ವಲಯಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ :

ಬಂಗಾರ ಬಣ್ಣದ ವಲಯದ ತ್ರಿಜ್ಯ (ಮೊದಲ ವೃತ್ತ) $r_1 = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ cm}$
ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವೃತ್ತವು ಹಿಂದಿನ ವೃತ್ತಕ್ಕಿಂತ 10.5 ಸೆ.ಮೀ ನಷ್ಟಾಗಿದೆ.

ಎರಡನೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_2 = 10.5 + 10.5 = 21 \text{ cm}$,

ಮೂರನೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_3 = 21 + 10.5 = 31.5 \text{ cm}$

ನಾಲ್ಕನೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_4 = 31.5 + 10.5 = 42 \text{ cm}$

ಎದನೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_5 = 42 + 10.5 = 52.5 \text{ cm}$

ಬಂಗಾರ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 1ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi r_1^2 = \pi(10.5)^2$

ಬಂಗಾರ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 346.5 cm^2

$$\begin{aligned}\text{ಕೆಂಪು ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 2\text{ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} - 1\text{ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \\ &= \pi r_2^2 - \pi r_1^2 \\ &= \pi(21)^2 - \pi(10.5)^2 \\ &= 441\pi - 110.25\pi \\ &= 330.75\pi\end{aligned}$$

$$\text{ಕೆಂಪು ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 1039.5 \text{ cm}^2$$

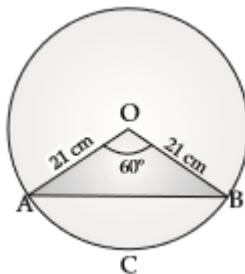
$$\begin{aligned}\text{ನೀಲಿ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 3\text{ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} - 2\text{ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \\ &= \pi r_3^2 - \pi r_2^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \pi(31.5)^2 - \pi(21)^2 \\
 &= 992.25\pi - 441\pi \\
 &= 551.25\pi
 \end{aligned}$$

ನೀಲ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 1732.5 cm^2

$$\begin{aligned}
 \text{ಕಮ್ಮಾ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 4\text{ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} - 3\text{ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \\
 &= \pi r_4^2 - \pi r_3^2 \\
 &= \pi(42)^2 - \pi(31.5)^2 \\
 &= 1764\pi - 992.25\pi \\
 &= 771.75\pi \\
 \text{ಕಮ್ಮಾ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 2425.5 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

12. 21 ಸೆ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಂಸವು ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60° ಹೋನವನ್ನಾಯಿ ಮಾಡುತ್ತದೆ. (i) ಕಂಸದ ಉದ್ದ (ii) ಕಂಸದಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಖಾಂತರ ಖಂಡ. (iii) ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ ವೃತ್ತಹಿಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = \frac{22}{7}$)



ಉತ್ತರ :

$$\text{ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ} = 21 \text{ cm}$$

$$\text{ಕಂಸದಿಂದ ಏರ್ಪಟುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾಗಿ} = 60^\circ$$

$$\begin{aligned}
 (\text{i}) \quad \text{ತ್ರಿಖಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ} &= \text{ಕಂಸದ ಉದ್ದ } \text{ACB} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r \\
 &= \frac{60}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21
 \end{aligned}$$

$$\text{ತ್ರಿಖಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ} = 22 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ii}) \quad \text{OACB ತ್ರಿಖಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21
 \end{aligned}$$

$$\text{OACB} \text{ ಶ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 231 \text{ ಸೆಂ.ಮೀ}^2$$

ΔOAB ಒಂದು ಸಮಭಾಷ್ಯ ಶಿಭ್ಯಜ

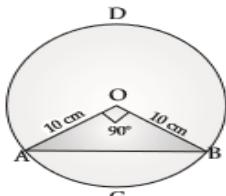
$$\Delta OAB \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{\sqrt{3}}{4} x a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} x (\text{ಭಾಷ್ಯ})^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} x 21 x 21$$

$$\Delta OAB \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{441\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$$(iii) \text{ ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \left(231 - \frac{441\sqrt{3}}{4} \right) \text{ cm}^2$$

13. 10 cm ಶ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಜ್ಯಾಪು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನವನ್ನಂಬು ಮಾಡುತ್ತದೆ ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ 1) ಲಘುವೃತ್ತಖಂಡ 2) ಅಧಿಕಶ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



ಉತ್ತರ :

$$\text{ಶ್ರಿಜ್ಯ} = OA = OB = 10 \text{ cm}$$

$$1) \text{ ಲಘುವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} =$$

$$\text{OAYB} \text{ ಶ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} - \Delta OAB \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

$$= \frac{\theta}{360} x \pi r^2 - \frac{1}{2} x OA x OB$$

$$= \frac{90}{360} x \frac{22}{7} x 10 x 10 - \frac{1}{2} x 10 x 10$$

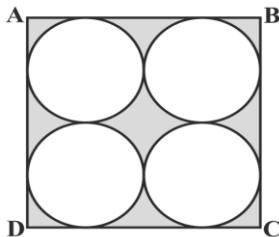
$$= 28.5 \text{ cm}^2$$

$$2) \text{ ಅಧಿಕಶ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

$$\text{OAYB} \text{ ಶ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \Delta OAB \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

$$\text{ಅಧಿಕಶ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 235.5 \text{ cm}^2$$

14. ABCD ಯು 14 cm ಬಾಹುವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವಾದರೆ, ಭಾಯಿಗೋಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ :

$$\text{ವರ್ಗದ ಉದ್ದೇಶ} = 14\text{ cm}$$

$$\text{ವೃತ್ತದ ತೀಳಿ} = \frac{7}{2}\text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{ಭಾಯಿಗೋಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ವರ್ಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} - 4 \text{ ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \\ &= a^2 - 4 \times \pi r^2 \\ &= 14 \times 14 - 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \\ &= 196 - 154 \\ &= 42\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

15. ಒಂದು ಗಡಿಯಾರದಲ್ಲಿ ನಿಮಿಷದ ಮುಖ್ಯನ ಉದ್ದೇಶ 14 cm ಆಗಿದೆ. ಐದು ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಅದು ತ್ರೈಮಿಂದಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ತೀಳಿಗ್ರಾಂತರ ಶಿಂಡದ ಕೋನವು 5°

$$\text{ಮುಖ್ಯ ತ್ರೈಮಿಂದಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

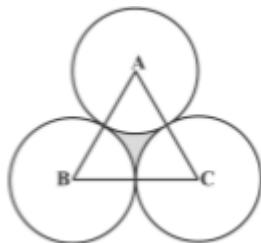


$$\text{ಮುಖ್ಯ ತ್ರೈಮಿಂದಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{5}{360} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$= \frac{77}{9} = 8.5\text{ cm}^2$$

16. ABC ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 17320.5 cm^2 ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ಶ್ರಂಗ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಹಾಗು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಅಧ್ಯಾದಷ್ಟು ತೀಳಿಗಿಂದ ಒಂದೊಂದು

ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ). ಭಾಯಿಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [$\pi = 3.14$, $\sqrt{3} = 1.73205$]



ಲುತ್ತರ :

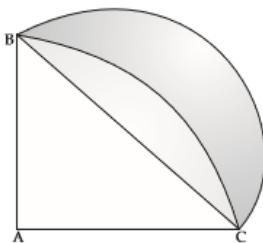
$$\begin{aligned} \text{ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{\sqrt{3}}{4} x a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} x (\text{ಬಾಹು})^2 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 &= 17320.5 \text{ cm}^2 \\ a^2 &= 17320.5 \times \frac{4}{\sqrt{3}} \\ a^2 &= 10000 \times 4 \\ a &= 200 \text{ cm} \end{aligned}$$

ವೃತ್ತದ ತೀಕ್ಷ್ಣ = 100 cm (ಬಾಹುವಿನ ಅಧಿಭಾಗ)

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi r^2 = \pi \times (100)^2 = 31400 \text{ cm}^2$

$$\begin{aligned} 3 \text{ ತೀಕ್ಷ್ಣಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} \times \text{ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \\ &= \frac{1}{2} \times 31400 = 15700 \text{ cm}^2 \\ \text{ಭಾಯಿಕರಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 17302.5 - 15700 \\ \text{ಭಾಯಿಕರಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 1602.5 \text{ ಚ.ಸೆ.ಮೀ} \end{aligned}$$

17. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ABC ಯು 14 cm ತೀಕ್ಷ್ಣವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ಚೆತುಫ್ರೆಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು BC ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಅಧಿ-ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಭಾಯಿಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಲುತ್ತರ :

$$\text{ಚತುರಂಭಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{4} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{4} \times \pi \times 14^2$$

$$\text{ಚತುರಂಭಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 154 \text{ sq. cm}$$

$$\text{ಶ್ರೀಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times 14$$

$$\text{ಶ್ರೀಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 98 \text{ sq. cm}$$

$$\text{ಶ್ರೀಭುಜದ ವಿಕಾಸವು ವೃತ್ತಾಂದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತದೆ} = 154 - 98 = 56 \text{ sq. cm}$$

$$\text{ಹೊರ ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ} = 14\sqrt{2} \text{ cm} (\text{ಶ್ರೀಭುಜದ ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳು } 14 \text{ cm)$$

$$\text{ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{4} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{4} \times \pi \times [14\sqrt{2}]^2$$

$$= 154 \text{ sq. cm}$$

$$\text{ಭಾಯಿಕರಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 154 - 56 = 98 \text{ sq. cm}$$

18. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಎಡಭಾಗ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ತುದಿಗಳ ಅರ್ಧವೃತ್ತಾರ್ಥಾರ್ಥಿರುವ ಓಟದ ಪಥವನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಎರಡು ಒಳ ಸಮಾಂತರ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 60 m ಮತ್ತು ಅವು ಪ್ರತಿಯೊಂದು 106 m ಉದ್ದವಿದೆ. ಓಟದ ಪಥವು 10m ಅಗಲವಿದ್ದರೆ i) ಅದರ ಒಳ ಅಂಚಿನ ಸುತ್ತಲೂ ಓಟದ ಪಥದ ದೂರ ii) ಓಟದ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ :

$$\text{ಪಥದ ದೂರ} = \text{ಸಮಾಂತರ ಪಥದ ಉದ್ದ} + \text{ಒಳ ಭಾಗದ ಸುತ್ತಳತೆ}$$

$$\text{ಸುತ್ತಳತೆ} = 2\pi r = 3.14 \times 60 = 188.4$$

$$\text{ಪಥದ ದೂರ} = 188.4 + 106 + 106 = 400.4 \text{ m}$$

ನೇರ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 2 \times \text{length} \times \text{width} = 2 \times 106 \times 10 = 2120$ ಚ. ಸೆಂ.ಮೀ

ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಓಟದ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi(R^2 - r^2)$

ಇಲ್ಲಿ R = ಹೊರ ವೃತ್ತದ ಶ್ರೀಜ್ಯ r = ಒಳ ವೃತ್ತದ ಶ್ರೀಜ್ಯ

ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಓಟದ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi(40^2 - 30^2)$

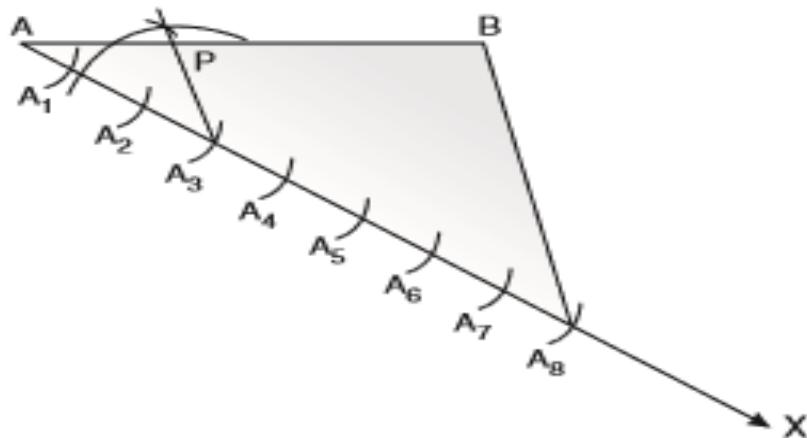
ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಓಟದ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 2200$ ಚ.ಮೀ

ಮೊಟ್ಟ ಓಟದ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 2200 + 2120$

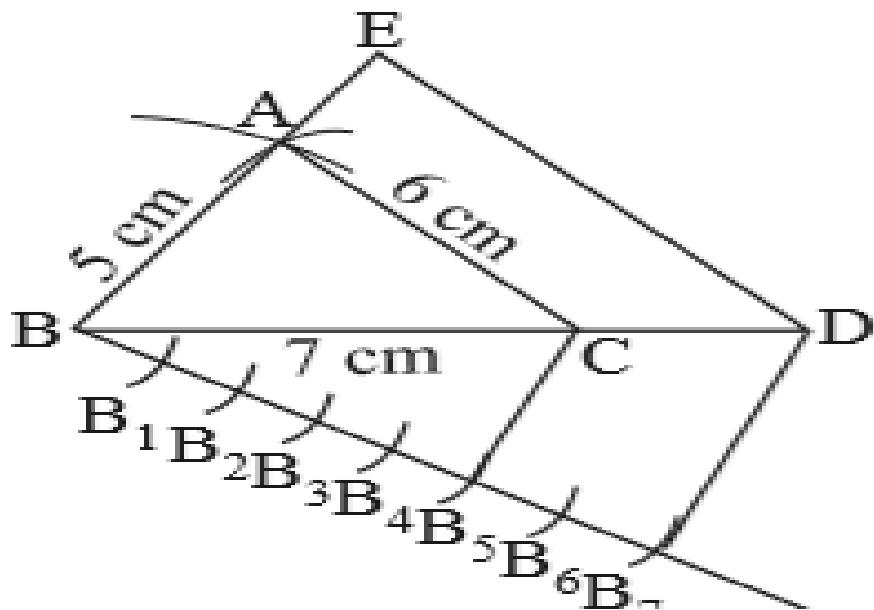
ಮೊಟ್ಟ ಓಟದ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 4320$ ಚ.ಮೀ

7. ರಚನೆಗಳು

1. 6 cm ಇರುವ ರೇಖಾಶಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಮತ್ತು ಅದನ್ನು 3 : 5. ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಉತ್ತರ :

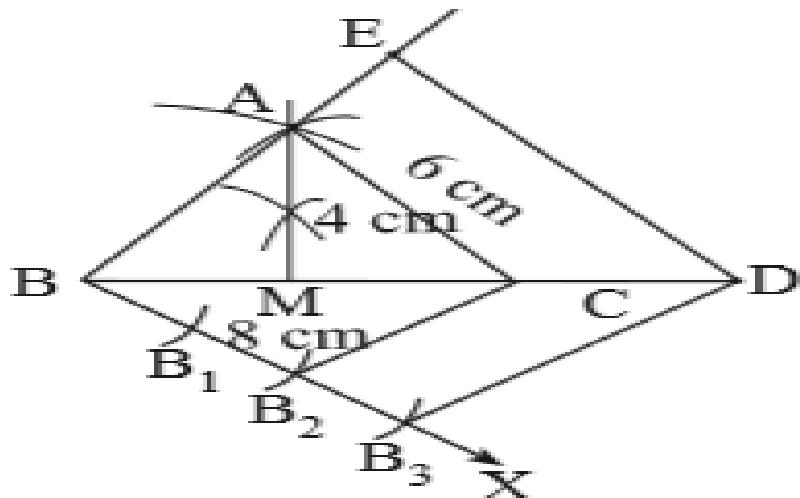


2. 5cm, 6cm ಮತ್ತು 7cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು
ಉತ್ತರ :



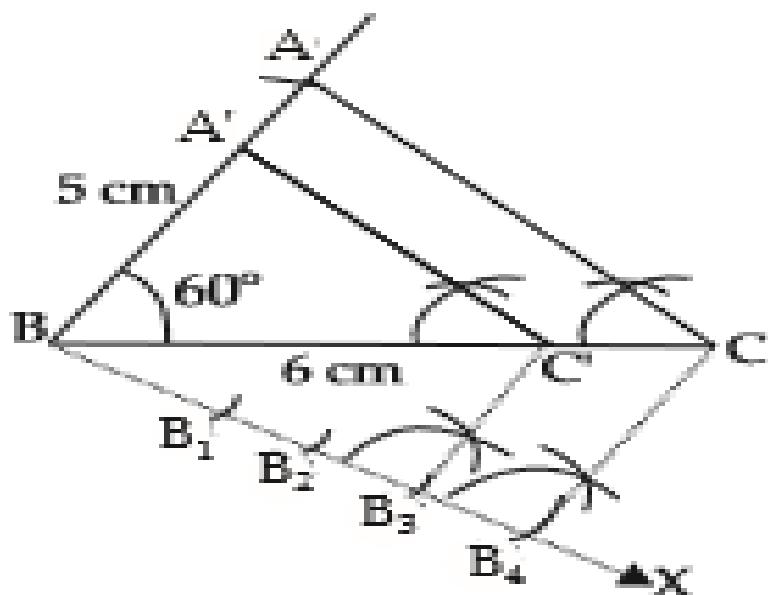
3. ಪಾದ 8cm , ಎತ್ತರ 4cm ಇರುವ ಸಮದ್ವಿಭಾಗು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಸಮದ್ವಿಭಾಗು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $1\frac{1}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :



4. $BC = 6\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$ ಮತ್ತು $\angle ABC = 60^\circ$ ಇರುವಂತೆ $\triangle ABC$ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳ ತ್ರಿಭುಜ $\triangle ABC$ ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :



5. $BC = 7\text{cm}$, $A = 45^\circ$, $B = 105^\circ$ ಇರುವಂತೆ ಒಂಬ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು

ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು, ΔABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{4}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಲುತ್ತರ :

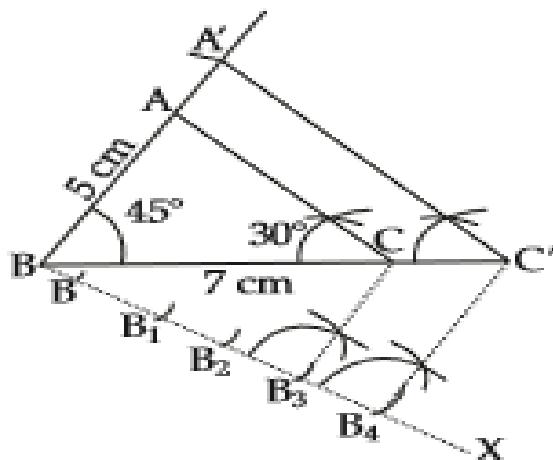
$$\angle B = 45^\circ, \angle A = 105^\circ$$

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° .

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

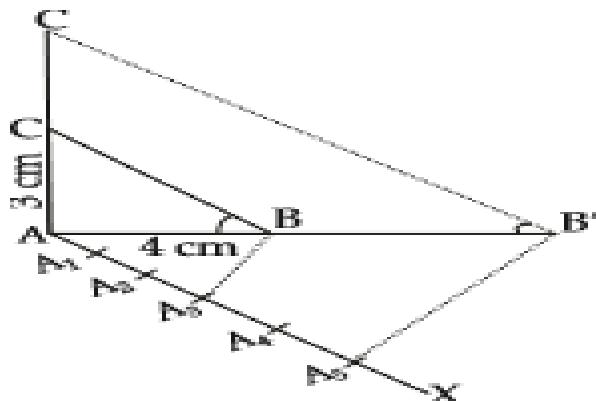
$$105^\circ + 45^\circ + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 150^\circ \quad \Rightarrow \angle C = 30^\circ$$



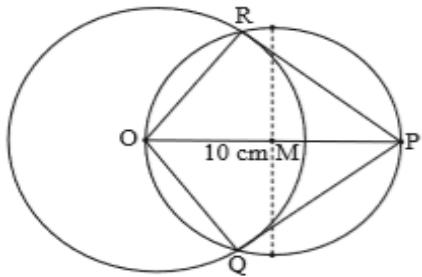
6. ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದೈ 4cm ಮತ್ತು 3cm (ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿದ) ಇರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳ, ಮೊದಲ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಲುತ್ತರ :



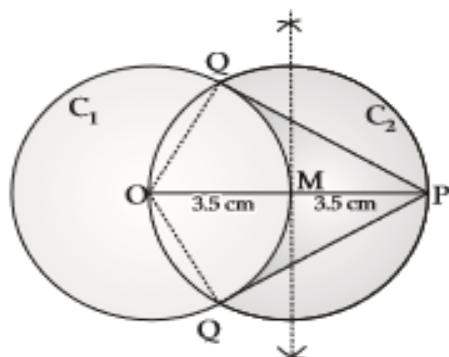
7. 6cm ತ್ರಿಜ್ಝದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10cm ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ

ಉತ್ತರ :



8. 3.5 ಸೆ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಝವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ, ವೃತ್ತದಿಂದ 3.5 ಸೆ.ಮೀ ಹೊರಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

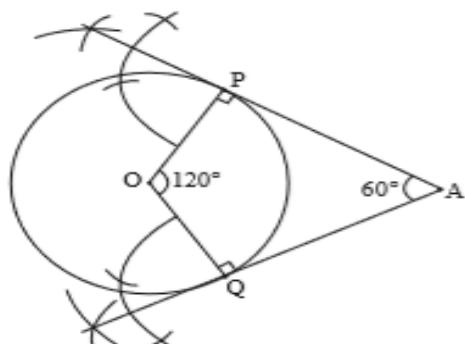
ಉತ್ತರ :



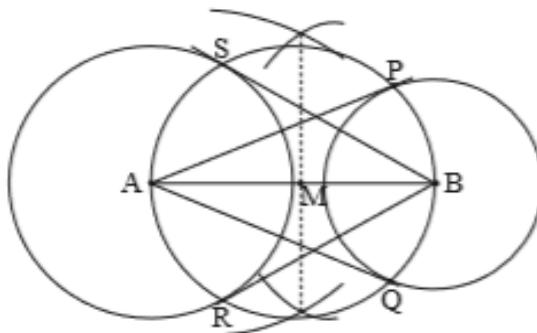
9. 5cm ತ್ರಿಜ್ಝದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

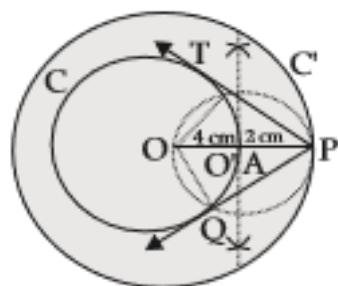
ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ OQ ಯೊಂದಿಗೆ $(180^\circ - 60^\circ) = 120^\circ$ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ OP ತ್ರಿಜ್ಝ ಎಳೆಯಿರಿ



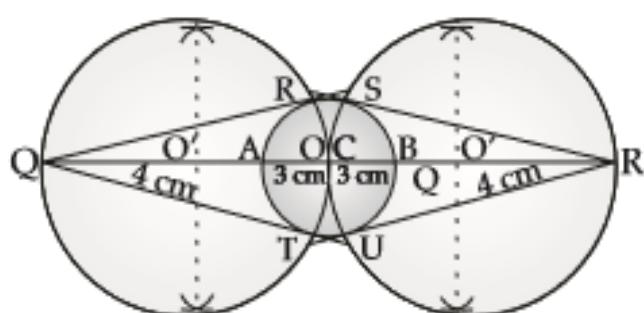
10. $AB = 8\text{cm}$ ರೇಖಾಶಂಡ ಎಳೆಯಿರು. 'A' ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 4cm ತೀಳ್ಜ್ಬದ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಮತ್ತು 'B' ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 3cm ತೀಳ್ಜ್ಬದ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- ಉತ್ತರ :



11. 4cm ಮತ್ತು 6cm ತೀಳ್ಜ್ಬಗಳಿರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರಿಯ ವೃತ್ತಗಳಿವೆ. 6cm ತೀಳ್ಜ್ಬದ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 4cm ತೀಳ್ಜ್ಬದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- ಉತ್ತರ :



12. 3cm ತೀಳ್ಜ್ಬದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದರ ಒಂದು ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ ಅದರ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಪ್ರತಿ ಬಿಂದುವು 7cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ R ಮತ್ತು Q ಎಂಬ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
- ಉತ್ತರ :



8. ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

2. $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

3. ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ $P(x, y)$ ಗೆ ಇರುವ ದೂರವು $d = \sqrt{x^2 + y^2}$

4. $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಗಳನ್ನು ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ರೇಖಾ ಖಂಡವನ್ನು ಅಂತರಿಕ್ಷವಾಗಿ $m : n$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ

$$\text{ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು } (x, y) = \left[\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right]$$

5. $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಗಳನ್ನು ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ರೇಖಾ ಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$$(x, y) = \left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right]$$

6. $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ಮತ್ತು (x_3, y_3) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ

$$\text{ಶ್ರೀಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು} = \frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\}$$

ಒಮ್ಮೆ ಆಯ್ದು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಅರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

i). (2, 3) ಮತ್ತು (6, 6) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ

ಉತ್ತರ : B) 4

II) ಮೂಲಬೀಂದು ಮತ್ತು (12, -5) ಬಿಂದುವಿನ ನಡುವಿನ ದೂರ

ಉತ್ತರ : D) 13

iii). (6, 5) ಮತ್ತು (12, 9) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

ಉತ್ತರ : A) (9, 7).

IV) (2, 3) ಮತ್ತು (2, 0) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವರೇಖಾ ಖಂಡವನ್ನು ಅಂತರಿಕ್ಷವಾಗಿ

2:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿ ಸುಷ ಬಿಂದುವಿನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು.

ಉತ್ತರ : C) (2, 1).

V) . $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ಮತ್ತು (x_3, y_3) ಜಂಡುರಾಷಂದ ಖರಬಾದ ಶ್ರಿಭೂಜದ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ

ಉತ್ತರ : B) $\frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

2. (2, 3) ಮತ್ತು (4, 1) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $(x_1, y_1) = (2, 3)$, $(x_2, y_2) = (4, 1)$

$$\begin{aligned} \text{ಸೂತ್ರ } d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - 3)^2} \\ d &= \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} \quad d = \sqrt{4 + 4} \\ d &= \sqrt{8} \quad d = \sqrt{4 \times 2} \\ d &= 2\sqrt{2} \text{ ಮೂಲಮಾನಗಳು} \end{aligned}$$

1. ಮೂಲಬಿಂದು ಮತ್ತು (8, -6) ಬಿಂದುವಿನ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : (8, -6) = (x, y)

$$\begin{aligned} \text{ಸೂತ್ರ } d &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ d &= \sqrt{8^2 + (-6)^2} \quad d = \sqrt{100} \\ d &= 10 \text{ ಮೂಲಮಾನಗಳು} \end{aligned}$$

2. (5, -2), (6, 4) ಮತ್ತು (7, -2) ಒಂದು ಸಮುದ್ರಿಭಾಗ ಶ್ರಿಭೂಜ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

$$\begin{aligned} \text{ಉತ್ತರ : } d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ PQ &= \sqrt{(6 - 5)^2 + (4 - (-2))^2} = \sqrt{(1)^2 + (6)^2} = \sqrt{1 + 36} \\ PQ &= \sqrt{37} \dots \text{(i)} \\ QR &= \sqrt{(7 - 6)^2 + (-2 - (4))^2} = \sqrt{(1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{1 + 36} \\ QR &= \sqrt{37} \dots \text{ii)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PR &= \sqrt{(7-5)^2 + (-2-(-2))^2} = \sqrt{(2)^2 + (0)^2} = \sqrt{4+0} \\ PR &= \sqrt{4} = 2 \dots \text{(iii)} \end{aligned}$$

$$PQ = QR,$$

\therefore ತ್ರಿಭುಜದ PQR ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಭಾಗುತ್ತಿರುತ್ತದೆ.

3. ಚತುಭುಜದ ವಿಧವನ್ನು ಹೇಸರಿಸಿ. $(-1, -2), (1, 0), (-1, 2), (-3, 0)$.

ಉತ್ತರ : $A(-1, -2), B(1, 0), C(-1, 2), D(-3, 0)$.

ಬಾಹುಗಳು AB, BC, CD ಮತ್ತು AD .

$$AB = \sqrt{(1+1)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$BC = \sqrt{(-1-1)^2 + (2+0)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$CD = \sqrt{(-3+1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$AD = \sqrt{(-3+1)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

ಕರ್ಣಗಳು AC ಮತ್ತು BD .

$$AC = \sqrt{(-1+1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{0+16} = \sqrt{16}$$

$$BD = \sqrt{(-3-1)^2 + (0+0)^2} = \sqrt{16+0} = \sqrt{16}$$

ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಹಾಗೂ ಕರ್ಣಗಳು ಕೂಡಾ ಸಮ.

ಆದ್ದರಿಂದ $ABCD$ ಒಂದು ಚೌಕ.

4. $A(6, 5)$ ಮತ್ತು $B(-4, 3)$ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ Y - ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : Y - ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವು $(0, y)$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

$P(0, y)$ ಯು A ಮತ್ತು B ಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿರಲಿ.

$$PA = PB$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ } PA^2 = PB^2$$

$$(6 - 0)^2 + (5 - y)^2 = (-4 - 0)^2 + (3 - y)^2$$

$$36 + 25 + y^2 - 10y = 16 + 9 + y^2 - 6y$$

$$y^2 - y^2 - 10y + 6y = 25 - 61$$

$$-4y = -36, \quad y = \frac{-36}{-4} \quad y = 9$$

ಅದ್ದರಿಂದ ಅವೇಕಿಷ್ಟ ಬಿಂದು $(0, 9)$

5. $P(2, -3)$ ಮತ್ತು $Q(10, y)$ ಬಿಂದುಗಳನಡುವಿನ ದೂರ 10 ಮಾನಗಳಾದರೆ, y ಯಾವೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಉತ್ತರ : $(x_1, y_1) = (2, -3)$, $(x_2, y_2) = (10, y)$, $d = 10$

$$\text{ಸೂತ್ರ } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$10 = \sqrt{(10 - 2)^2 + (y - (-3))^2}$$

$$10 = \sqrt{64 + (y + 3)^2}$$

$$(10)^2 = 64 + (y+3)^2$$

$$100 - 64 = (y+3)^2$$

$$(y+3)^2 = 36,$$

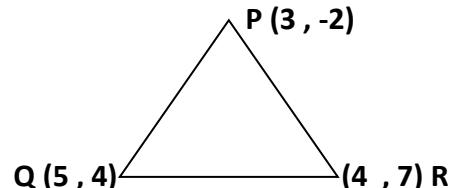
$$Y + 3 = \pm 6,$$

$$y = 6 - 3 \quad y = -6 - 3$$

$$y = 3, \quad \text{or} \quad y = -9$$

6. $P(3, -2)$, $Q(5, 4)$, $R(4, 7)$ ಈ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಶ್ರೀಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.

ಉತ್ತರ :



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(5 - 3)^2 + (4 - (-2))^2} = \sqrt{(2)^2 + (6)^2} = \sqrt{4 + 36}$$

$$PQ = \sqrt{40} \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$QR = \sqrt{(4 - 5)^2 + (7 - 4)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (3)^2} = \sqrt{1 + 9}$$

$$QR = \sqrt{10} \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$PR = \sqrt{(4 - 3)^2 + (7 - (-2))^2} = \sqrt{(1)^2 + (9)^2} = \sqrt{1 + 81}$$

$$PR = \sqrt{82} \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

ಶ್ರೀಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ = $PQ + QR + PR = \{\sqrt{40} + \sqrt{10} + \sqrt{82}\}$ ಮಾನಗಳು.

7. (x, y) ಬಿಂದುವು $(7, 1)$ ಮತ್ತು $(3, 5)$ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನದೂರಿತಲ್ಲಿದ್ದರೆ, x ಮತ್ತು y ಗಳ ನಡುವೆ ಒಂದು ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $P(x, y)$ ಬಿಂದುವು $A(7, 1)$ ಮತ್ತು $B(3, 5)$ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರಿತಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ.

$AP = BP$ ಎಂದು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

$$\text{ಆಧ್ಯಾರಿತ} \quad AP^2 = BP^2$$

$$\text{ಅಂದರೆ}, \quad (x - 7)^2 + (y - 1)^2 = (x - 3)^2 + (y - 5)^2$$

$$\text{ಅಂದರೆ}, \quad x^2 - 14x + 49 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 10y + 25$$

$$\text{ಅಂದರೆ}, \quad x - y = 2 \quad \text{ಇದು ಆಪೇಕ್ಷಿತ ಸಂಬಂಧ.}$$

8. $(4, 1)$ ಮತ್ತು $(2, 7)$ ಬಿಂದುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $(x_1, y_1) = (4, 1), \quad (x_2, y_2) = (2, 7), \quad m : m = 1 : 1$

$$\begin{aligned} P(x, y) &= \left[\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right] \\ &= \left[\frac{4+2}{2}, \frac{1+7}{2} \right] \\ &= (3, 4) \end{aligned}$$

9. (4, -3) ಮತ್ತು (8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವರೇಶಾ ಖಂಡವನ್ನಾಗಿ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $(x_1, y_1) = (4, -3)$, $(x_2, y_2) = (8, 5)$, $m_1 : m_2 = 3 : 1$

$$X = \left[\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} \right]$$

$$X = \left[\frac{3(8) + 1(4)}{3+1} \right] = \left[\frac{24+4}{4} \right] = \frac{28}{4}$$

$$X = 7$$

$$Y = \left[\frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right]$$

$$Y = \left[\frac{3(5) + 1(-3)}{3+1} \right] = \left[\frac{15-3}{4} \right] = \frac{12}{4}$$

$$Y = 3$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಅಪೇಕ್ಷಿತಿಂದು (7, 3)

10. A (-6, 2) ಮತ್ತು B (3, -5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಶಾಖಂಡವನ್ನು (2, 5) ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ?

ಉತ್ತರ :

$$(x, y) = (2, 5),$$

$$(x_1, y_1) = (-6, 2), (x_2, y_2) = (3, -5), m_1 : m_2 = ?$$

$$\begin{aligned} \frac{m_1}{m_2} &= \frac{x_1 - x}{x - x_2} \\ &= \frac{-6 - 2}{2 - 3} = \frac{-8}{-1} = \frac{8}{1} \\ &= m_1 : m_2 = 8 : 1 \end{aligned}$$

11. A (2, -2) ಮತ್ತು B (-7, 4) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ತ್ಯಾಜಕ

ಬಿಂದುಗಳ ಅಂದರೆ, ಮೂರು ಸಮು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಬಿಂದುಗಳು) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೆಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : P ಮತ್ತು Q ಗಳು AB ಯ ತ್ಯಾಜಕ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಅಂದರೆ $AP = PQ = QB$ (ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿ).

\therefore P ಯು AB ಯನ್ನು ಅಂತರಿಕ್ಷವಾಗಿ 1 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

\therefore P ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \right] \\ &= \left[\frac{1(-7) + 2(2)}{1 + 2}, \frac{1(4) + 2(-2)}{1 + 2} \right] \\ &= \left[\frac{-7+4}{3}, \frac{4-4}{3} \right] \end{aligned}$$

$$P \text{ ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು} = (-1, 0)$$

\therefore Q ಬಿಂದು ಕೂಡಾ AB ಯನ್ನು ಅಂತರಿಕ್ಷವಾಗಿ 2:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

\therefore Q ನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \right] \\ &= \left[\frac{2(-7) + 1(2)}{2 + 1}, \frac{2(4) + 1(-2)}{2 + 1} \right] \\ &= \left[\frac{-14+2}{3}, \frac{8-2}{3} \right] \end{aligned}$$

$$Q \text{ ನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು} = (-4, 2)$$

\therefore A ಮತ್ತು B ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ತ್ಯಾಜಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (-1, 0) ಮತ್ತು (-4, 2)

12. (5, -6) ಮತ್ತು (-1, -4) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಶಂಡವನ್ನು y - ಅಕ್ಷವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಭೇದಕ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಅನುಪಾತವು $k : 1$ ಆಗಿರಲಿ.

AB ಯನ್ನು $k : 1$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$$= \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \right]$$

$$= \left[\frac{-k + 5}{k + 1}, \frac{-4k - 6}{k + 1} \right] = (0, y)$$

ಈ ಬಿಂದುವು y - ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿದೆ. y - ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಪಾದ ಸೂಚಕ ಸೌನ್ಯ ಅಧ್ಯರಿಂದ,

$$\frac{-k + 5}{k + 1} = 0$$

$$= -k + 5 = 0$$

ಅಧ್ಯರಿಂದ, $k = 5$

ಅನುಪಾತವು $5 : 1$, $k = 5$ ಎಂದು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹಾಕಿದಾಗ, ಭೇದಕ ಬಿಂದುವು

$$\left[\frac{-k + 5}{k + 1}, \frac{-4k - 6}{k + 1} \right]$$

$$= \left[0, \frac{-4 \times 5 - 6}{5 + 1} \right] = \left[0, \frac{-26}{6} \right]$$

13. ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳು (1, -1), (-4, 6) ಮತ್ತು (-3, -5) ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : (1, -1), (-4, 6) ಮತ್ತು (-3, -5)

$$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3)$$

$$\begin{aligned} \text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\} \\ &= \frac{1}{2} [1(6 + 5) + (-4)(-5 + 1) + (3)(-1 - 6)] \\ &= \frac{1}{2} (11 + 16 + 21) = \frac{1}{2} \times 48 = 24 \text{ ಮಾನಗಳು.} \end{aligned}$$

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 24 ಚದರ ಮಾನಗಳು.

14. A (2 ,6), B (4, k) ಮತ್ತು ಅ (6, -2) ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ
k ಯೆ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳ ರೇಖಾಗತ ವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 0 ಯಾಗಿರಲೇಬೇಕು.

$$(2 , 6), \quad (4 , k) \text{ ಮತ್ತು } (6 , -2)$$

$$(X_1 , Y_1), \quad (X_2 , Y_2) \quad (X_3 , Y_3)$$

$$\therefore \text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2}\{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\} = 0$$

$$\therefore \frac{1}{2}[2(k+2) + 4(-2-6) + 6(6-k)] = 0$$

$$[2(k+2) + 4(-8) + 6(6-k)] = 0$$

$$2k + 4 - 32 + 36 - 6k = 0$$

$$-8k + 8 = 0 \quad \therefore k = 1$$

15. A (-5, 7), B (-4, -5) C (-1, -6) ಮತ್ತು D (4, 5) ಒಂದು ಚತುಭುಜದ ಶೈಂಗಬಿಂದುಗಳಾದರೆ, ABCD ಚತುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : B ಯನ್ನು D ಗೆ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ, ನಮಗೆ ABD ಮತ್ತು BCD ಎಂಬ
ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.

ΔABD ಯೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$A(-5 , 7), \quad B(-4 , -5) \text{ ಮತ್ತು } D (4 , 5)$$

$$(X_1 , Y_1), \quad (X_2 , Y_2) \quad (X_3 , Y_3)$$

$$\text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2}\{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\}$$

$$= \frac{1}{2}[-5(-5-5) + (-4)(5-7) + 4(7+5)]$$

$$= \frac{1}{2} [50 + 8 + 48] = \frac{1}{2} \times 106$$

= 53 ಚೆದರ ಮಾನಗಳು.

$$\begin{aligned}\Delta ABCD \text{ ಯೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\} \\ &= \frac{1}{2} [-4(-6 - 5) - 1(5 + 5) + 4(-5 + 6)]\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} [44 - 10 + 4] = \frac{1}{2} \times 38$$

= 19 ಚೆದರ ಮಾನಗಳು

\therefore ಚತುಭುಜ $ABCD$ ಯೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $53 + 19$

= 72 ಚೆದರ ಮಾನಗಳು

16. $A(0, 1), B(2, 1)$ ಮತ್ತು $C(0, 3)$ ಶೈಲಿಯಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಶಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಭಿಯಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : P , AB ಯೆ ಮಧ್ಯಭಿಯಂದು, Q , BC ಯೆ ಮಧ್ಯಭಿಯಂದು ಮತ್ತು

R , AC ಯೆ ಮಧ್ಯಭಿಯಂದುಗಳಾಗಿರಲಿ

$$P \text{ ನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು } \left[\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right]$$

$$= \left[\frac{0+2}{2}, \frac{1+1}{2} \right] = \left[\frac{2}{2}, \frac{2}{2} \right]$$

$$P \text{ ನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು } = (1, 1)$$

$$Q \text{ ನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು, } \left[\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right]$$

$$= \left[\frac{2+0}{2}, \frac{1+3}{2} \right] = \left[\frac{2}{2}, \frac{4}{2} \right]$$

Q ನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು = (1 , 2)

$$\text{R ನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು, } \left[\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right]$$

$$= \left[\frac{0+0}{2}, \frac{1+3}{2} \right] = \left[\frac{0}{2}, \frac{4}{2} \right]$$

R ನ ನಿದೇಶಾಂಕಗಳು = (0 , 2)

P (1 , 1), **Q**(1, 2) ಮತ್ತು **R**(0 , 2)

(X₁ , Y₁), (X₂ ,Y₂) ಮತ್ತು (X₃ , Y₃)

$$\begin{aligned}\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\} \\&= \frac{1}{2} [1(2 - 2) + 1(2 - 1) + 0(1 - 2)] \\&= \frac{1}{2} [1 \times 0 + 1 \times 1 + 0 \times (-1)] = \\&= \frac{1}{2} [0 + 1 + 0] \\&= \frac{1}{2} \times 1\end{aligned}$$

$$\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \text{ ಚದರ ಮಾನಗಳು.}$$

9. ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

1. ಯೂಕ್ಲಿಡನ ಭಾಗಾಶಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಿ, 72 ಮತ್ತು 28ನ್ನು ಈ ರೀತಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

(A) $28 = (72 - 16) \times 2$ (B) $72 = (28 \times 2) + 16$ (C)

$72 = (28 \times 2) - 16$ (D) $16 = 72 - (28 + 2)$

ಉತ್ತರ : (B) $72 = (28 \times 2) + 16$

2. ಭಾಜ್ಯ (a), ಭಾಜಕ (b) ಭಾಗಲಭ್ಯ (q) ಮತ್ತು ಶೇಷ (r)ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ:

(A) $a = (b + q) \times r$ (B) $a = (b - q) \times r$ (C) $a = (b - r) \times q$ (D) $a = (b \times q) \times r$

ಉತ್ತರ : (D) $a = (b \times q) \times r$

3. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಶಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ ಪೊಣಾರ್ಕೆ

a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, $a = bq + r$ ಅಗುವಂತೆ, ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಪೊಣಾರ್ಕೆಗಳಾದ

b ಮತ್ತು r ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ:

(A) $0 < r < b$ (B) $0 \leq r < b$ (C) $0 < r \leq b$ (D) $0 \leq r \leq b$

ಉತ್ತರ : (B) $0 \leq r < b$

4. a ಮತ್ತು 3, ಗಳು ಧನ ಪೊಣಾರ್ಕೆ ಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ, $a = 3q + r$, ಅಗುವಂತೆ q ಮತ್ತು r ಗಳ

5. ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ:

(A) $0 \leq r < 3$ (B) $1 < r < 3$ (C) $0 < r < 3$ (D) $0 < r \leq 3$

ಉತ್ತರ : (A) $0 \leq r < 3$

6. q ಒಂದು ಪೊಣಾರ್ಕೆವಾದಾಗ, ಯಾವುದೇ ಧನ ಬೆಸ ಪೊಣಾರ್ಕೆವು
ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

(A) $4q + 1, 4q$ (B) $4q + 1, 4q + 3$ (C) $4q + 3, 4q$ (D) $4q + 4, 4q$

ಉತ್ತರ : (B) $4q + 1, 4q + 3$

7. n ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, $n^2 - 1$ ರಿಂದ 8 ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

(A) ಒಂದು ಪೊಣಾರ್ಕೆ (B) ಸ್ಥಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ

(C) ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ (D) ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ

ಉತ್ತರ : (C) ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ

8. q ಒಂದು ಮೊಟ್ಟಾಂಕವಾಗಿರುವಾಗ, ಯಾವುದೇ ಧನ ಮೊಟ್ಟಾಂಕದ ವರ್ಗವು
ರೂಪದಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ.

A) $3m, 3m+1$ (B) $3m$ (C) $3m+1$ (D) $3m + 1, 3m + 2, 3m + 3$.

ಉತ್ತರ : A) $3m$, $3m+1$

9. 65 ಮತ್ತು 117 ರ ಮ.ಸಾ.ಅವನ್ನು $65m - 117$ ಎಂಬ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದಾದರೆ,
ನನ ಬೇಲೆ.

A) 4 (B) 2 (C) 11 (D) 3

ಉತ್ತರ : (B) 2

10. N ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು 14 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗೆ, ಶೇಷ 5 ನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯು 7
ರಿಂದ ಭಾಗವಾದರೆ, ಶೇಷ.

A) 7 (B) 0 (C) 5 (D) 4

ಉತ್ತರ : (C) 5

11. 3 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಯಾವುದೇ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ವರ್ಗವು, 6 ರಿಂದ ಭಾಗವಾದಾಗ
ಶೇಷ ಇಡಾಗಿರುತ್ತದೆ:

A) 1 (B) 3 (C) 2 (D) 4

ಉತ್ತರ : A) 1

12. ಯೂಕಿಡ್ಸ್‌ನ 'ಭಾಗಾಕಾರ' ಅನುಪಾತೀಯವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

ಉತ್ತರ : ಯೂಕಿಡ್ಸ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪಾತೀಯದ ಪ್ರಕಾರ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ
ಮೊಟ್ಟಾಂಕಗಳು a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾಗ, $a = bq+r$, $0 \leq r < b$ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿರುವಂತೆ
q ಮತ್ತು r ಗಳಿಂಬ ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಮೊಟ್ಟಾಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

1. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಶಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

65 ವತ್ತೆ 117 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಶಾರ ಕ್ರಮವಿದಿಯಂದ $(65, 117)$ ಮ.ಸಾ.ಅ

$$65) 117 (1 \qquad 117 = 65 \times 1 + 52$$

$$\underline{- 65}$$

$$52) 65 (1 \qquad 65 = 52 \times 1 + 13$$

$$\underline{-52}$$

$$13) 52 (4 \qquad 52 = 13 \times 4 + 0$$

$$\underline{-52}$$

$$00$$

ಅಧ್ಯರಿಂದ, ಮ.ಸಾ.ಅ $(65, 117) = 13$

2. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಶಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

135 ವತ್ತೆ 225 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಶಾರ ಕ್ರಮವಿದಿಯಂದ $(135, 225)$ ಮ.ಸಾ.ಅ.

$$135) 225 (1 \qquad 225 = 135 \times 1 + 90$$

$$\underline{- 135}$$

$$90) 135 (1 \qquad 135 = 90 \times 1 + 45$$

$$\underline{-90}$$

$$45) 90 (2 \qquad 90 = 45 \times 2 + 0$$

$$\underline{-90}$$

$$00$$

ಅಧ್ಯರಿಂದ, ಮ.ಸಾ.ಅ $(135, 225) = 45$

3. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಭ್ವವಾಗಿ ವ್ಯಾಕ್ತಪಡಿಸಿ.

ಉತ್ತರ :	156	5,005	7,429
140	2 156	5 5005	17 7429
2 140	2 78	7 1001	19 437
2 70	3 39	11 143	23 23
5 35	13 13	13 13	1
7 7	1	1	
1			
$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$	$156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$	$5,005 = 5 \times 7 \times 11 \times 13$	$7,429 = 17 \times 19 \times 23$
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$	$156 = 2^2 \times 3 \times 13$		

4. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪೊಟ್ಟಾಂಕೆಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 12, 15 ಮತ್ತು 21 (ii) 17, 23 ಮತ್ತು 29

ಉತ್ತರ : (i) 12 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $12 = 2 \times 2 \times 3$

15 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $15 = 3 \times 5$

21 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $21 = 3 \times 7$

ಮ.ಸಾ.ಅ = 3 ಮತ್ತು

ಲ.ಸಾ.ಅ = $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$

(ii) 17 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $17 = 1 \times 17$

23 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $23 = 1 \times 23$

29 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $29 = 1 \times 29$

ಮ.ಸಾ.ಅ = 1 ಮತ್ತು

ಲ.ಸಾ.ಅ = $17 \times 23 \times 29 = 11,339$

<p>5. ಲ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು, ಲ.ಸಾ.ಅ. \times ಮ.ಸಾ.ಅ. = ಅ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಭ್ಬ ಎಂಬುದನ್ನು ತಾಳಿನೋಡಿ.</p>	<p>6. (306 , 657) ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. = 9 ಅದರೇ ಅಪ್ಪಿಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p>
<p>ಉತ್ತರ : $26 = 2 \times 13$ $91 = 7 \times 13$ ಮ.ಸಾ.ಅ. = 13 ಲ.ಸಾ.ಅ. = $13 \times 2 \times 7 = 182$ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಭ್ಬ = $26 \times 91 =$ 2366 ಲ.ಸಾ.ಅ. \times ಮ.ಸಾ.ಅ. = $13 \times 182 =$ 2366 ಲ.ಸಾ.ಅ. \times ಮ.ಸಾ.ಅ. = ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಭ್ಬ</p>	<p>ಉತ್ತರ : ಲ.ಸಾ.ಅ. \times ಮ.ಸಾ.ಅ. = ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಭ್ಬ ಲ.ಸಾ.ಅ. = $\frac{306 \times 657}{9}$ ಲ.ಸಾ.ಅ. = 22338</p>

7. $7 \times 11 \times 13 + 13$ ಮತ್ತು $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$ ಗಳ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
ಏಕೆ? ವಿವರಿಸಿ.

ಉತ್ತರ : (i) $7 \times 11 \times 13 + 13$
 $= 13 \times (7 \times 11 + 1)$
 $= 13 \times 78$
 $= 13 \times 13 \times 2 \times 3$
 $= 2 \times 3 \times 132$

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಒಟಗೊಂಡಿದೆ.

\therefore ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

(ii) $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$
 $= 5 (7 \times 6 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 1)$
 $= 5(1008 + 1)$
 $= 5 \times 1009$ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಭ್ಬ
 \therefore ಇದು ಅವಿಭಾಜ್ಯವಲ್ಲ
 $\therefore 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$ ಇದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ

8. ಒಂದು ಆಟದ ಮ್ಯಾದಾನದ ಸುತ್ತು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಥವಿದೆ ಸೋನಿಯಾಳು ಈ ಮ್ಯಾದಾನದ ಸುತ್ತು ಚೆಲಿಸಲು 18 ನಿಮಿಷ

ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ರವಿ ಇದೇ ಕೆಲಸಮಾಡಲು 12 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ ಅವರಿಭೂರೂ ಒಂದೇ ಬಿಂದು ಒಂದೇ ಸಮಯ, ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ್ದಾರೆಂದುಕೊಳ್ಳಿ ಎಷ್ಟು ನಿಮಿಷದ ನಂತರ ಅವರು ಅದೇ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇಟಿಯಾಗುತ್ತಾರೆ?

ಉತ್ತರ : ಸೋನಿಯಾ, ಒಂದು ಸುತ್ತು ಪ್ರಾರಂಭಗೊಳಿಸಲು 18 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು

ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ರವಿ 12 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಥದ ಒಂದು ಸುತ್ತು ಬರಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ, ಅವರು ಮತ್ತೆ ಅದೇ

ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಭೇಟಿ ಯಾಗಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ನಿಮಿಷಗಳು (18, 12) ಲ.ಸಾ.ಅ ವಾಗಿದೆ.

$$18 \text{ ರ } \text{ಅವಿಭಾಜ್ಯ } \text{ಅಪ್ರಪಂತನಗಳು } 18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 \text{ ರ } \text{ಅವಿಭಾಜ್ಯ } \text{ಅಪ್ರಪಂತನಗಳು } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{ಲ.ಸಾ.ಅ} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

ಆದ್ದರಿಂದ, 36 ನಿಮಿಷಗಳ ನಂತರ, ಅದೇ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವರು ಮತ್ತೆ ಭೇಟಿಯಾಗುತ್ತಾರೆ.

9. $\sqrt{2}$ ನ್ನು ಅಭಾಗಲಭ್ರಂತಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$\sqrt{2}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಭ್ರಂತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಲಿ

$$\text{ಆಗ}, \sqrt{2} = \frac{p}{q} \quad p, q \in \mathbb{Z} \quad q \neq 0$$

ಇಲ್ಲಿ (p,

$$q) \text{ಮ.ಸಾ.ಅ} = 1$$

ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿ

$$\sqrt{2}^2 = \frac{p^2}{q^2}$$

$$2q^2 = p^2$$

2 ಇದು p^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ

2 ಇದು p ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$$P = 2k$$

ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿ

$$P^2 = 4 k^2, \quad 2q^2 = 4 k^2$$

$$q^2 = 2 k^2$$

2 ಇದು q^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ,

2 ಇದು q ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ

2 ಇದು p ಮತ್ತು q ಎರಡನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

\therefore ನಮ್ಮ ಉಹಳೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಭ್ರಂತಿ ಸಂಖ್ಯೆ.

<p>10. $5 - \sqrt{3}$ ಅಭಾಗಲಭ್ರೂ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾದಿಸಿ</p>	<p>$\sqrt{2}$ಅಭಾಗಲಭ್ರೂ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾದಿಸಿ</p>
<p>ಉತ್ತರ : $5 - \sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಭ್ರೂ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಲಿ</p> $5 - \sqrt{3} = \frac{p}{q}$ $-\sqrt{3} = \frac{p}{q} - 5$ <p>ಭಾಗಲಭ್ರೂ ಸಂಖ್ಯೆ = ಭಾಗಲಭ್ರೂ ಸಂಖ್ಯೆ</p> <p>ಅದರೆ $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಭ್ರೂಸಂಖ್ಯೆ</p> <p>\therefore ನಮ್ಮು ಉತ್ತರ ತಪ್ಪು</p> <p>$\therefore 5 - \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಭ್ರೂ ಸಂಖ್ಯೆ.</p>	<p>ಉತ್ತರ : $3\sqrt{2}$ಒಂದು ಭಾಗಲಭ್ರೂ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಲಿ</p> $3\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ $\sqrt{2} = \frac{p}{3q}$ <p>ಭಾಗಲಭ್ರೂ ಸಂಖ್ಯೆ = ಭಾಗಲಭ್ರೂ ಸಂಖ್ಯೆ</p> <p>ಅದರೆ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಭ್ರೂಸಂಖ್ಯೆ</p> <p>\therefore ನಮ್ಮು ಉತ್ತರ ತಪ್ಪು</p> <p>$\therefore 3\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಭ್ರೂ ಸಂಖ್ಯೆ.</p>

10. ಬಹುಪದೋಳಿಗಳು

1. ವರ್ಗಾಬಹುಪದೋಳಿ $= ax^2 + bx + c$
2. ವರ್ಗಾಬಹುಪದೋಳಿಯ ಶೈನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$
3. ವರ್ಗಾಬಹುಪದೋಳಿಯ ಶೈನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಭಿ $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a}$
4. α, β ಮತ್ತು γ ಗಳು $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ಎಂಬ ಒಂದು ಘನ ಬಹುಪದೋಳಿಯ ಶೈನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$
ಮತ್ತು $\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$ ಅಗಿರುತ್ತದೆ.

ಬಹು ಅಯ್ದು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ಬಹುಪದೋಳಿ $p(x) = x^2 - 3x + 4x^3 - 6$ ರ ಗರಿಷ್ಟ ಫಾತ
 (A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 6
 ಉತ್ತರ : (C) 3
2. ಬಹುಪದೋಳಿ $p(x) = x^2 - x + 1$ ನ್ನು $(x - 2)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದೂರೆಯುವ ತೇಣ.
 (A) 2 (B) 3 (C) 0 (D) 1
 ಉತ್ತರ : (B) 3
3. ಬಹುಪದೋಳಿ $p(x) = x^3 - 4x^2 - 2x + 20$ ರ ಅಪವರ್ತನ.
 (A) $x + 2$ (B) $x - 2$ (C) $x - 1$ (D) $x + 1$
 ಉತ್ತರ : (A) $x + 2$
4. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಯಾವುದು $x^2 + 4x + 4$ ಬಹುಪದೋಳಿಯ ಶೈನ್ಯತೆ.
 (A) 2 (B) -2 (C) 4 (D) -4
 ಉತ್ತರ : (B) -2

5. ಬಹುಪದೋಳಿ $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + k$ ನ ಬಹುಪದೋಳಿಯ ಶೂನ್ಯತೆ $x=1$ ಅದರೆ k ಯ ಬೇಲೆ.

- (A) -3 (B) 3 (C) 4 (D) -4

ಉತ್ತರ : (A) -3

6. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 11x - 6$ ಅದಾಗಿ $f(1)$ ನ ಬೇಲೆ.

- (A) 6 (B) 4 (C) 2 (D) 1

ಉತ್ತರ : (B) 4

7. α ಮತ್ತು β (x) ಗಳು $2x^2+5x+1$ ಬಹುಪದೋಳಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ, $\alpha+\beta+\alpha\beta$ ನ ಬೇಲೆಯು.

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 3

ಉತ್ತರ : (A) -2

8. ಬಹುಪದೋಳಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು -5 ಮತ್ತು 4 ಆಗಿದ್ದಾಗ, ಬಹುಪದೋಳಿಯು ----- ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

- (A) x^2-5x+4 (B) x^2+5x+4 (C) x^2+x-20 (D) $x^2-9x-20$

ಉತ್ತರ : (B) x^2+5x+4

9. ವರ್ಗಾಂಶಕ ಬಹುಪದೋಳಿ $x^2 + kx - 5$ ರ ಶೂನ್ಯತೆಯು 1 ಆಗಿದ್ದಾಗ, k ಬೇಲೆಯು

- (A) 4 (B) -4 (C) 0 (D) 5

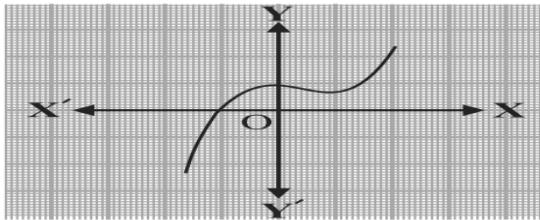
ಉತ್ತರ : (A) 4

10. ಬಹುಪದೋಳಿ $x^3 + x - 3 + 3x^2$ ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ-----

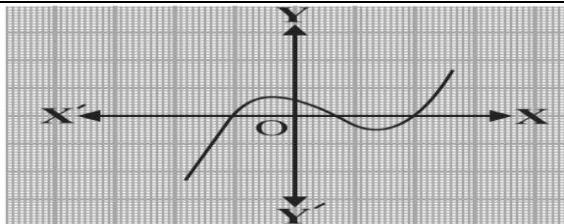
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

ಉತ್ತರ : (D) 3

11. ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ : ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 1



ಉತ್ತರ : ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 3

12. ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಹಾಗೂ ಗುಣಲಭಗಳು -3 ಮತ್ತು 2 ಅಗಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಉತ್ತರ : ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $= \alpha + \beta = -3 = \frac{-3}{1} = \frac{-b}{a}$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಭ $= \alpha \times \beta = 2 = \frac{2}{1} = \frac{c}{a}$

$a = 1$ ಆದರೆ, ಅಗ $b = 3$ ಮತ್ತು $c = 2$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $= ax^2 + bx + c$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $= 1x^2 + 3x + 2$

13. ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಹಾಗೂ ಗುಣಲಭಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ

ಉತ್ತರ : $\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{3}{4}$ ಅಗಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $= \alpha + \beta = \frac{1}{4} = \frac{-(-1)}{4} = \frac{-b}{a}$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಭ $= \alpha \times \beta = \frac{3}{4} = \frac{3}{4} = \frac{c}{a}$

$a = 4$ ಆದರೆ, ಅಗ $b = -1$ ಮತ್ತು $c = 3$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $= ax^2 + bx + c$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $= 4x^2 - 1x + 3$

14. $p(x) = 6x^2 - 3 - 7x$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $p(x) = 6x^2 - 7x - 3$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗೆ $p(x) = 0$ ಆಗಬೇಕು.

$$6x^2 - 7x - 3 = 0$$

$$6x^2 - 9x + 2x - 3 = 0$$

$$3x(2x - 3) + 1(2x - 3) = 0$$

$$(2x - 3)(3x + 1) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \quad \text{ಅಥವಾ} \quad 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \quad \text{ಅಥವಾ} \quad x = \frac{-1}{3} \quad \text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳು} \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{-1}{3}$$

15. $(8x^4 - 2x^2 + 6x - 7)$ ನ್ನು $(2x + 1)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಭಾಗಲಭ್ಯ

$(4x^3 + px^2 - qx + 3)$, ಅದರೆ p, q ಗಳ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

$$p(x) = 8x^4 - 2x^2 + 6x - 7 \quad \text{ದತ್ತ} \quad g(x) = 2x + 1$$

$$q(x) = 4x^3 + px^2 - qx + 3$$

$$2x + 1) 8x^4 - 2x^2 + 6x - 7 (4x^3 - 2x^2 + 3$$

$$\underline{+ 8x^4 + 4x^3}$$

$$0 \quad - 4x^3 - 2x^2 + 6x - 7$$

$$\underline{\mp 4x^3 \mp 2x^2}$$

$$0 \quad 0 + 6x - 7$$

$$\underline{\quad \quad \quad \pm 6x + 3}$$

$$0 - 10$$

$$r(x) = -10, \quad q(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3 \quad \text{ಅಲ್ಲದೇ},$$

$$q(x) = q(x) \quad 4x^3 - 2x^2 + 0x + 3$$

$$4x^3 + px^2 - qx + 3$$

x^3, x^2, x ಮತ್ತು ಸ್ವಿರಾಂಕಗಳು ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿದಾಗ,

ನಮಗೆ, $p = -2, q = 0$ ಸಿಗುತ್ತದೆ

ಅದ್ದರಿಂದ ಶೇಷ $r(x) = -10, p = -2, q = 0$

16. $p(x)$ ನ್ನು $g(x)$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಾಶಾರ ಅಲ್ಪಾರ್ಥಂ ತಾಳಿ ನೋಡಿರಿ.

$$p(x) = x^2 + 4x + 4; \quad g(x) = x + 2$$

ಉತ್ತರ : $p(x) = x^2 + 4x + 4, \quad g(x) = x + 2$

$$\begin{array}{r} x+2) x^2 + 4x + 4 (x + 2 \\ \underline{+x^2 + 2x} \\ \quad \quad \quad + 2x + 4 \\ \underline{+2x + 4} \\ \quad \quad \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

ಅದ್ದರಿಂದ, ಭಾಗಲಭ್ದ, $q(x) = x + 2$

ಶೇಷ, $r(x) = 0$

ತಾಳಿ ನೋಡುವುದು ಬಹುಪಡೊಳ್ಳಿಯ ಭಾಗಾಶಾರ ಅಲ್ಪಾರ್ಥಂ ಪ್ರಕಾರ,

$$p(x) = g(x) q(x) + r(x)$$

$$g(x) q(x) + r(x) = (x + 2)(x + 2) + 0$$

$$= x^2 + 4x + 4 = p(x) \text{ ಹೀಗೆ, ಭಾಗಾಶಾರ ಅಲ್ಪಾರ್ಥಂ ತಾಳಿ ನೋಡಿದೆ.}$$

17. ಬಹುಪಡೊಳ್ಳಿ $p(x)$ ನ್ನು $g(x)$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಭ್ದ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5, \quad g(x) = x^2 + 1 - x$

ಉತ್ತರ :

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 1) x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 4x + 5 (x^2 + x - 3 \\ \underline{+x^4 \mp x^3 \pm x^2} \\ \quad \quad \quad 0 + x^3 - 4x^2 + 4x + 5 \\ \underline{\pm x^3 \mp x^2 \pm x} \\ \quad \quad \quad 0 - 3x^2 + 3x + 5 \\ \underline{\mp 3x^2 \pm 3x \mp 3} \\ \quad \quad \quad 0 \quad 0 + 8 \end{array}$$

$$\text{ಭಾಗಲಭ್ದ} = x^2 + x - 3 \quad \text{ಶೇಷ} = 8$$

18. $x^2 + 5x - 14$ ಬಹುಪದೋಳಿಯ ಶೈಲಿಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ?

ಲುತ್ತರ : $f(x) = x^2 + 5x - 14$

$$= (x + 7)(x - 2)$$

$$f(x) = 0, \text{ ಆದಾಗ } x = -7 \text{ ಅಥವಾ } x = 2$$

ಶೈಲಿಗಳು -7 ಮತ್ತು 2 .

19. $x^3 - 3x^2 + x + 2$ ಬಹುಪದೋಳಿಯನ್ನು $g(x)$, ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಭಾಗಲಭ್ದ ಮತ್ತು ಶೈಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ

$x - 2$ ಮತ್ತು $2x + 4$, ಅಗಿದ್ದರೇ, $g(x)$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಲುತ್ತರ : ಭಾಗಾಕಾರ ಅಲ್ಗೋರಿಧಿಂ ಪ್ರಕಾರ, ಭಾಜ್ಯ = ಭಾಜಕ \times ಭಾಗಲಭ್ದ + ಶೈಲಿ.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2,$$

ಶೈಲಿ $(-2x + 4)$ ಅಗಿರವುದರಿಂದ $f(x)$ ನಿಂದ $(-2x + 4)$ ನ್ನು ಕಡೆಯಿರಿ.

ನಂತರ ಬಂದಿರುವ ಲುತ್ತರವನ್ನು $(x - 2)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

$$f(x) - (-2x + 4) = x^3 - 3x^2 + x + 2 + 2x - 4 = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$$

$$x - 2) \quad x^3 - 3x^2 + 3x - 2 (x^2 - x + 1$$

$$\underline{+ x^3 - 2x^2}$$

$$0 - x^2 + 3x - 2$$

$$\underline{- x^2 + 2x}$$

$$0 + x - 2$$

$$\underline{+ x - 2}$$

$$0 \quad 0$$

$$g(x) = x^2 - x + 1.$$

20. $\sqrt{2}$ ಮತ್ತು $-\sqrt{2}$ ಇವು $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ ರ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $\sqrt{2}$ ಮತ್ತು $-\sqrt{2}$ ಇವು ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ, $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 2$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ.

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 2) \quad 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2 \\
 \underline{+ 2x^4} \quad \underline{- 4x^2} \\
 - 3x^3 + x^2 + 6x - 2 \\
 \underline{+ 3x^3} \quad \underline{+ 6x} \\
 + x^2 \quad - 2 \\
 \underline{+ x^2} \quad \underline{- 2} \\
 0 \qquad 0
 \end{array}$$

$$\text{ಆಧ್ಯರಿಂದ, } 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = (x^2 - 2)(2x^2 - 3x + 1)$$

$2x^2 - 3x + 1$ ನ್ನು $(2x - 1)(x - 1)$ ಎಂದು ಅಪವರ್ತಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಆಧ್ಯರಿಂದ, $x = \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $x = 1$ ಇವು ಅದರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಆಧ್ಯರಿಂದ $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು 1 ಇವು ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿವೆ.

11. ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು

1. ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

2. $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

3. ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ

i. ಶೋದಕ = $\Delta = b^2 - 4ac$ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮಾಗಿರುತ್ತವೆ

ii. ಶೋದಕ = $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ (+) ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತವೆ

iii. ಶೋದಕ = $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ (-) ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ.

ಒಮ್ಮೆ ಆಯ್ದು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ

(A) $ax^2 + bx + c = 0$ (B) $ax^2 - bx + c = 0$ (C) $ax^2 + bx - c = 0$ (D) $ax^2 - bx - c = 0$

ಉತ್ತರ : (A) $ax^2 + bx + c = 0$

2. $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

(A) $x = \frac{+b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (B) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}$ (C) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (D) $x = \frac{+b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}$

ಉತ್ತರ : (C) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

3. ಶೋದಕ = $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ಆದರೆ, ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ

(A) ಬಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ (B) ಸಮವಾದ ವಾಸ್ತವ (C) ವಾಸ್ತವವಲ್ಲ (D) ವಾಸ್ತವ

ಉತ್ತರ : (B) ಸಮವಾದ ವಾಸ್ತವ

4. $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ಆದರೆ, ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ

(A) ಬಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ (B) ಸಮವಾದ ವಾಸ್ತವ (C) ವಾಸ್ತವವಲ್ಲ (D) ವಾಸ್ತವ

ಉತ್ತರ : (A) ಬಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ

5. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ ಆದರೆ, ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ

(A) ಬಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ (B) ಸಮವಾದ ವಾಸ್ತವ (C) ವಾಸ್ತವವಲ್ಲ (D) ವಾಸ್ತವ

ಉತ್ತರ : (C) ವಾಸ್ತವವಲ್ಲ

6. $x^2 - 4x - 12 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

- (A) -2, 6. (B) 2, -6. (C) -4, 5. (D) 3, -6.

ಉತ್ತರ : (A) -2, 6

7. $x^2 - kx + 9 = 0$ 'K'ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮಾಗಿರುತ್ತವೆ.

- (A) 6. (B) -6. (C) ± 6 (D) ± 3

ಉತ್ತರ : (C) ± 6

8. $Kx^2 + 6x + 1 = 0$ 'K'ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮಾಗಿರುತ್ತವೆ.

- (A) 6. (B) 1 (C) 5 (D) 9

ಉತ್ತರ : (D) 9

9. $x^2 + 3x - 2 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆ.

- (A) 5. (B) 17 (C) 12 (D) 8

ಉತ್ತರ : (B) 17

10. $ax^2 + bx = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

- (A) $0, -\frac{b}{a}$ (B) $0, +\frac{b}{a}$ (C) $+0, -\frac{a}{b}$ (D) $0, +\frac{a}{b}$

ಉತ್ತರ : (A) $0, -\frac{b}{a}$

11. ಈಕೆಳಿಗನವುಗಳು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪತ್ತಿಷ್ಠಿಸಿ.

(i) $(x + 2)^3 = x^3 - 4$
 $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = x^3 - 4$
 $6x^2 + 12x + 12 = 0$
 ಅಥವಾ $x^2 + 2x + 2 = 0$
 ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.
 ಆದ್ದರಿಂದ,
 ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣವು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ

(ii) $x(x + 1) + 8 = (x + 2)(x - 2)$
 $x^2 + x + 8 = x^2 - 4$
 $x^2 + x + 8 - x^2 + 4 = 0$
 $x + 12 = 0$
 ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿಲ್ಲ.
 ಆದ್ದರಿಂದ,
 ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣವು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವಲ್ಲ.

12. ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗೆ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $x^2 - 3x - 10 = 0$

ಉತ್ತರ :

$$\begin{aligned} x^2 - 3x - 10 &= 0 \\ &= x^2 - 5x + 2x - 10 = 0 \\ &= x(x - 5) + 2(x - 5) = 0 \\ &= (x - 5)(x + 2) = 0 \\ &= (x - 5) = 0 \text{ or } (x + 2) = 0 \\ &x = 5 \text{ or } x = -2 \end{aligned}$$

ವರ್ಗೆ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು 5 ಮತ್ತು -2

(ii) $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

$$\begin{aligned} \text{ಉತ್ತರ} : \sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} &= 0 \\ &= \sqrt{2}x^2 + 5x + 2x + 5\sqrt{2} = 0 \\ &= x(\sqrt{2}x + 5) + \sqrt{2}(\sqrt{2}x + 5) = 0 \\ &= (\sqrt{2}x + 5)(x + \sqrt{2}) = 0 \\ &= \sqrt{2}x + 5 = 0 / x + \sqrt{2} = 0 \\ &x = \frac{-5}{\sqrt{2}} \text{ or } x = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

ವರ್ಗೆ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು $\frac{-5}{\sqrt{2}}$ ಮತ್ತು $-\sqrt{2}$

13. ವರ್ಗೆ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗೆ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3x^2 - 5x + 2 = 0$

ಉತ್ತರ : $3x^2 - 5x + 2 = 0$ ----- (1) ಸಮೀಕರಣ (1)ನ್ನು, 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ

$$\frac{3}{3}x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0 \quad \text{ಎರಡು ಕಡೆ } \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \text{ ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ}$$

$$x^2 - \frac{5}{3}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3}$$

$$\left(X - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36} - \frac{2}{3}$$

$$\left(X - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25-24}{36}$$

$$\left(X - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

$$\left(X - \frac{5}{6}\right) = \pm \sqrt{\frac{1}{36}}$$

$$X = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6}$$

$$X = \frac{6}{6} \quad \text{ಅಥವಾ} \quad X = \frac{4}{6}$$

$$X = 1 \quad \text{ಅಥವಾ} \quad X = \frac{2}{3}$$

14. ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳನ್ನು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $2x^2 - 3x + 5 = 0$

ಉತ್ತರ : $ax^2 + bx + c = 0 \quad > \quad a = 2, b = -3, c = 5.$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x = \frac{+3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times 5}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 40}}{4}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{-31}}{4}$$

15. ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

i) $2x^2 - 4x + 3 = 0$

ಉತ್ತರ : $2x^2 - 4x + 3 = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \gg \quad a=2, b=-4, c=3$$

$$\text{ಶೋದಕ} = \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\begin{aligned} &= (-4)^2 - 4(2)(3) \\ &= 16 - 24 \\ &= -8 < 0 \end{aligned}$$

\therefore ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ

ii) $x^2 + 5x - 2 = 0$

ಉತ್ತರ : $x^2 + 5x - 2 = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1, b = 5, c = -2$$

$$\text{ಶೋದಕ} = \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\begin{aligned} &= b^2 - 4ac \\ &= (5)^2 - 4(1)(-2) \\ &= 25 + 8 \\ &= 33 > 0 \end{aligned}$$

\therefore ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನವಾಗಿರುತ್ತವೆ

16. ಸಮೀಕರಣವು ಸಮಾನಾದವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$2x^2 - kx + 3 = 0$$

ಉತ್ತರ : $2x^2 - kx + 3 = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \gg a = 2, b = -k, c = 3$$

ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮು

$$\therefore b^2 - 4ac = 0$$

$$(-k)^2 - 4(2)(3) = 0$$

$$k^2 = 24$$

$$k = \pm\sqrt{24}$$

17. ಎರಡು ಕ್ರಮಾಗತ ಬೇಸ ಧನ ಪೊಣಾಂಕಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು 290 ಆದರೆ ಅ ಪೊಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

ಎರಡು ಕ್ರಮಾಗತ ಬೇಸ ಧನ ಪೊಣಾಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ಪೊಣಾಂಕವು x ಆಗಿರಲಿ.

ಇನ್ನೊಂದು ಪೊಣಾಂಕವು $x + 2$ ಆಗುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಪ್ರಕಾರ,

$$x^2 + (x + 2)^2 = 290$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 290$$

$$2x^2 + 4x + 4 = 290$$

$$2x^2 + 4x - 286 = 0$$

$$x^2 + 2x - 143 = 0$$

$$x^2 + 13x - 11x - 143 = 0$$

$$= x(x + 13) - 11(x + 13) = 0$$

$$= (x + 13)(x + 11) = 0$$

$$= (x + 13) = 0 \text{ or } (x - 11) = 0$$

$$X = -13 \text{ or } x = 11$$

ಎರಡು ಕ್ರಮಾಗತ ಬೇಸ ಧನ ಪೊಣಾಂಕಗಳು 11 ಮತ್ತು 13.

18. ಒಂದು ಮೋಟಾರು ದೋಣಿಯ ಜವವು ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ 18 km/h ಆಗಿದೆ. ಆ ದೋಣಿಯು ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ 24 km ದೂರ ಚೆಲಸಲು, ಅದು ಪ್ರವಾಹದೊಡನೆ ಮೊದಲಿನ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿರುಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಫಂಟೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರವಾಹದ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

ಪ್ರವಾಹದ ಜವವು $x\text{ km/h}$ ಆಗಿರಲಿ.

ಅಧ್ಯರಿಂದ ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ಜವ = $(18 - x)\text{km/h}$ ಮತ್ತು

ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ಜವ = $(18 + x)\text{km/h}$

ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚೆಲಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ = $\frac{\text{ದೂರ}}{\text{ವೇಗ}} = \frac{24}{18-x}$ ಫಂಟೆ.

ಅಂತೆಯೇ, ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚೆಲಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯ = $\frac{24}{18+x}$ ಫಂಟೆ

ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಪ್ರಕಾರ,

$$\frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1$$

$$\frac{24(18+x) - 24(18-x)}{(18-x)(18+x)} = 1$$

$$24(18+x) - 24(18-x) = (18-x)(18+x)$$

$$432 + 24x - 432 + 24x = 324 - x^2$$

$$x^2 + 48x - 324 = 0$$

$$x^2 + 54x - 6x - 324 = 0$$

$$x(x + 54) - 6(x - 54) = 0$$

$$(x + 54)(x - 6) = 0$$

$$x + 54 = 0 \quad / \quad x - 6 = 0$$

$$x = -54 \quad / \quad x = 6$$

ಪ್ರವಾಹದ ಜವವು 6 km/h ಆಗಿದೆ.

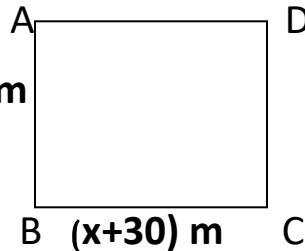
19. ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಕರ್ಣವು ಅದರ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ 60m ಹೆಚ್ಚಿದೆ ಅದರ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವು ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ 30 m ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ ಆ ಹೊಲದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

ಆಯತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವು $x\text{ m}$ ಆಗಿರಲಿ. $x\text{m}$

ಆಯತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವು $(x+30)\text{ m}$.

ಆಯತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಕರ್ಣವು $(x+60)\text{ m}$



ಲಂಬಕೋನ ಶ್ರಿಭೂಜ ΔABC ನಲ್ಲಿ. [ಪ್ರಥಾಗೋರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$(x+60)^2 = (x)^2 + (x+30)^2$$

$$x^2 + 3600 + 120x = x^2 + x^2 + 900 + 60x$$

$$x^2 + 3600 + 120x - x^2 - x^2 - 900 - 60x = 0$$

$$x^2 - 60x - 2700 = 0$$

$$x^2 - 90x + 30x - 2700 = 0$$

$$x(x - 90) + 30(x - 90) = 0$$

$$(x - 90)(x + 30) = 0$$

$$x - 90 = 0 / x + 30 = 0$$

$$x = 90 / x = -30$$

ಆಯತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವು 90m .

ಆಯತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವು $(90+30)\text{ m} = 120\text{ m}$

ಆಯತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಕರ್ಣವು $(90+60)\text{ m} = 150\text{ m}$

20. ಎರಡು ನಲ್ಲಿಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಒಂದು ನೀರಿನ ಟ್ಯಾಂಕನ್ನು $9\frac{3}{4}$ ಫಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಿಸುತ್ತವೆ. ಹೆಚ್ಚಿನ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಯು ಲಡಿಮೆ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಗಿಂತ 10 ಫಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಟ್ಯಾಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :

ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಯು ಟ್ರೌಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ x ಫಂಟೆಗಳಾಗಿರಲಿ.
 ಕಡಿಮೆ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಯು ಟ್ರೌಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ $(x-10)$ ಫಂಟೆಗಳು
 ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಯು 1 ಫಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಟ್ರೌಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸುವ ಭಾಗ $\frac{1}{x}$
 ಕಡಿಮೆ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಯು 1 ಫಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಟ್ರೌಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸುವ ಭಾಗ $\frac{1}{x-10}$
 ಎರಡು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಟ್ರೌಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ $9\frac{3}{8} = \frac{75}{8}$ ಫಂಟೆಗಳು.

ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಪ್ರಕಾರ,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-10} = \frac{8}{75}$$

$$\frac{x-10+x}{x(x-10)} = \frac{8}{75}$$

$$\frac{2x-10}{x(x-10)} = \frac{8}{75}$$

$$75(2x - 10) = 8(x^2 - 10x)$$

$$150x - 750 = 8x^2 - 80x$$

$$8x^2 - 80x - 150x + 750 = 0$$

$$8x^2 - 230x + 750 = 0$$

$$4x^2 - 115x + 375 = 0$$

$$4x^2 - 100x - 15x + 375 = 0$$

$$4x(x - 25) - 15(x - 25) = 0$$

$$(x - 25)(4x - 15) = 0$$

$$x - 25 = 0 / 4x - 15 = 0$$

$$x = 25 / x = \frac{15}{4}$$

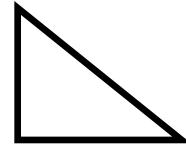
ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಯು ಟ್ರೌಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ 25 ಫಂಟೆಗಳು.

ಕಡಿಮೆ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಯು ಟ್ರೌಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ

$$(25-10) = 15\text{ಫಂಟೆಗಳು}$$

11. ಶ್ರೀಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ಶ್ರೀಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳು



A	$\sin\theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹ್ಯ}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{BC}{AB}$	$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹ್ಯ}} = \frac{AC}{BC}$
B	$\cos\theta = \frac{\text{ಪಾಠ್ಯ ಬಾಹ್ಯ}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{AC}{BC}$	$\sec\theta = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾಠ್ಯ ಬಾಹ್ಯ}} = \frac{AC}{BC}$
C AB – ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹ್ಯ. BC – ಪಾಠ್ಯ ಬಾಹ್ಯ. AC – ವಿಕರ್ಣ.	$\tan\theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹ್ಯ}}{\text{ಪಾಠ್ಯ ಬಾಹ್ಯ}} = \frac{BC}{AB}$	$\cot\theta = \frac{\text{ಪಾಠ್ಯ ಬಾಹ್ಯ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹ್ಯ}} = \frac{AB}{BC}$

ಶ್ರೀಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳ ವೃತ್ತಮಂಗಳು

$\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$	$\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\sin\theta \times \operatorname{cosec}\theta = 1$	$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$	$\cos\theta \times \sec\theta = 1$	
$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$	$\tan\theta \times \cot\theta = 1$	$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಶ್ರೀಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

Angle- θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ND
$\cot\theta$	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	ND
$\cosec\theta$	ND	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

ಮೂರಕ ಕೋನಗಳ ಶ್ರೀಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು	ಶ್ರೀಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು
$\sin(90-\theta) = \cos\theta$	$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
$\cos(90-\theta) = \sin\theta$	
$\tan(90-\theta) = \cot\theta$	$1 + \tan^2 A = \sec^2 A$
$\cot(90-\theta) = \tan\theta$	
$\sec(90-\theta) = \cosec\theta$	$1 + \cot^2 A = \cosec^2 A$
$\cosec(90-\theta) = \sec\theta$	

ಹಂತ-1

III) ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

i) $\sin A = \frac{12}{13}$ ಅದರೆ, $\cosec A$ ನ ಚೆಲೆ

- A) $\frac{12}{13}$ B) $\frac{13}{12}$ C) $\frac{5}{13}$ D) $\frac{13}{5}$

ಉತ್ತರ : $\cosec A = \frac{13}{12}$ \Rightarrow B) $\frac{13}{12}$

ii) $2\cos^2 60^\circ - \sin^2 30^\circ$

- A) $\frac{2}{1}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{4}{1}$

ලුතුර : $2\cos^2 60^\circ - \sin^2 30^\circ$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

\gg C) $\frac{1}{4}$

iii) $5 - \tan^2 45^\circ$.

- A) 1. B) 2. C) 3. D) 4.

ලුතුර : $5 - \tan^2 45^\circ$

$$= 5 - (1)^2 = 5 - 1 = 4$$

\gg D) 4

iv) $\operatorname{cosec} 30^\circ - 1$

- A) $\tan 0^\circ$. B) $\tan 30^\circ$. C) $\tan 45^\circ$. D) $\tan 60^\circ$.

ලුතුර : $\operatorname{cosec} 30^\circ - 1$

$$2 - 1 = 1 = \tan 45^\circ.$$

\gg C) $\tan 45^\circ$.

v) $\operatorname{cosec} 31^\circ - \sec 59^\circ$

- A) 0 B) 1 C) 28° D) -28°

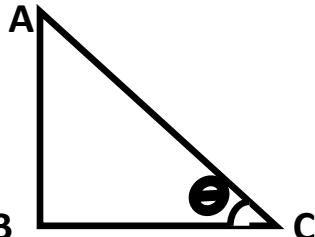
ලුතුර : $\operatorname{cosec} 31^\circ - \sec 59^\circ$

$$= \operatorname{cosec} (90^\circ - 59^\circ) - \sec 59^\circ = \sec 59^\circ - \sec 59^\circ = 0.$$

\gg A) 0

- IV) ΔABC ಯಲ್ಲಿ, B ಯಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. $AB = 24\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$ ಆದರೆ ಶ್ರೀಕೋನಮಿತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ :



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 24^2 + 7^2$$

$$AC^2 = 576 + 49$$

$$AC^2 = 625 \quad AC = \sqrt{625} \quad AC = 25$$

$$AB - \text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು} = 24$$

$$BC - \text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಬಾಹು} = 7$$

$$AC - \text{ವಿಕರ್ಣ} = 25$$

$$\sin\theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}}{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಬಾಹು}} = \frac{AB}{BC} = \frac{24}{7}$$

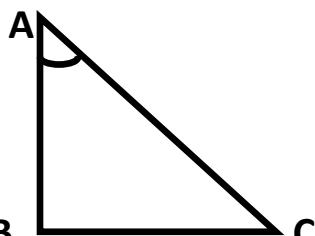
$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}} = \frac{AC}{AB} = \frac{25}{24}$$

$$\sec\theta = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಬಾಹು}} = \frac{AC}{BC} = \frac{25}{7}$$

$$\cot\theta = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}} = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{24}$$

- V) $\sin A = \frac{3}{4}$ ಆದರೆ, $\cos A$ ಮತ್ತು $\tan A$ ಬೇಲೆ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

ಉತ್ತರ : $\sin A = \frac{3}{5} = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{BC}{AC}$



$$AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$AB^2 = 5^2 - 3^2$$

$$AB^2 = 25 - 9$$

$$AB^2 = 16 \quad AB = \sqrt{16} \quad AB = 4$$

$$\sin A = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\cos A = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$$

$$\tan A = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}}{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಬಾಹು}} = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{4}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}} = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{3}$$

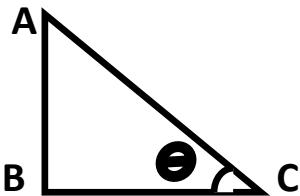
$$\sec A = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯಬಾಹು}} = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned}
 BC - \text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು} &= 3 \\
 AB - \text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು} &= 4 \\
 AC - \text{ವಿಕಣ} &= 5
 \end{aligned}$$

$$\cot A = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{3}$$

VI) $\cot \theta = \frac{8}{6}$ ಆದರೆ, $\frac{(1+\sin \theta)(1-\sin \theta)}{(1+\cos \theta)(1-\cos \theta)}$ ಬೇಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಉತ್ತರ : } \cot \theta = \frac{8}{6} = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}} = \frac{BC}{AB}$$



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$AC^2 = 36 + 64$$

$$AC^2 = 100.$$

$$AC = \sqrt{100}.$$

$$AC = 10$$

$$AB - \text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು} = 6$$

$$BC - \text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು} = 8$$

$$AC - \text{ವಿಕಣ} = 10$$

$$\sin \theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖಬಾಹು}}{\text{ವಿಕಣ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{10}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕಣ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{10}$$

$$= \frac{(1+\sin \theta)(1-\sin \theta)}{(1+\cos \theta)(1-\cos \theta)}$$

$$= \frac{(1 - \sin^2 \theta)}{(1 - \cos^2 \theta)}$$

$$= \frac{\left[1 - \left(\frac{6}{10}\right)^2\right]}{\left[1 - \left(\frac{8}{10}\right)^2\right]} = \frac{\left[1 - \frac{36}{100}\right]}{\left[1 - \frac{64}{100}\right]}$$

$$= \frac{\frac{100-36}{100}}{\frac{100-64}{100}} = \frac{64}{36} = \frac{16}{9}$$

VII) ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

ಉತ್ತರ : $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

ii) $2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$

$$\text{භාෂුර} : = 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \\ = 2 \times 1 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 2$$

VIII) ඩොලුකේරී. i) $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$

$$\text{භාෂුර} : = \frac{\sin 18^\circ}{\cos(90 - 18^\circ)} = \frac{\sin 18^\circ}{\sin 18^\circ} = 1$$

ii) $\frac{\sec 25^\circ}{\operatorname{cosec} 65^\circ}$,

$$\text{භාෂුර} : = \frac{\sin 25^\circ}{\operatorname{cosec}(90 - 65^\circ)} = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 25^\circ} = 1$$

iii) $\frac{\sin 90^\circ - \tan 45^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ}{\sec 60^\circ + \cos 0^\circ + \cot 45^\circ}$

$$\text{භාෂුර} = \frac{1 - 1 - 2}{2 + 1 + 1} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

1. i) $\tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ = 1$ එය තොරිසි.

$$\begin{aligned} \text{භාෂුර} &:= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ \\ &= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan(90 - 48^\circ) \tan(90 - 23^\circ) \\ &= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \cot 48^\circ \cot 23^\circ \\ &= \tan 48^\circ \times \cot 48^\circ \times \tan 23^\circ \times \cot 23^\circ \\ &= 1 \times 1 = 1 \end{aligned} \quad \text{RHS}$$

ii) $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ = 0$ එය තොරිසි.

$$\begin{aligned} \text{භාෂුර} &:= \cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ \\ &= \cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin(90 - 52^\circ) \sin(90 - 38^\circ) \\ &= \cos 38^\circ \cos 52^\circ - \cos 52^\circ \cos 38^\circ \\ &= 0 \end{aligned} \quad \text{RHS}$$

2. $\sin^2 63^\circ + \sin^2 27^\circ = 1$ එය පාදිසි.

$$\begin{aligned}
 \text{ಉತ್ತರ : LHS} &= \sin^2 63^\circ + \sin^2 27^\circ \\
 &= \sin^2 63^\circ + \sin^2 (90 - 63^\circ) \\
 &= \sin^2 63^\circ + \cos^2 63^\circ = 1 \quad \text{-----RHS}
 \end{aligned}$$

3. $\tan(A + B) = \sqrt{3}$ ಮತ್ತು $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ಅಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ $0^\circ < A + B \leq 90^\circ$;
 $A > B$ ಅದರೆ, A ಮತ್ತು B ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

<p>ಉತ್ತರ :</p> $ \begin{aligned} \tan(A + B) &= \sqrt{3}, \\ \tan(A + B) &= \tan 60^\circ \\ A + B &= 60^\circ \quad \text{-----1} \end{aligned} $ $ \begin{aligned} \tan(A - B) &= \frac{1}{\sqrt{3}}, \\ \tan(A - B) &= \tan 30^\circ \\ A - B &= 30^\circ \quad \text{-----2} \end{aligned} $	$ \begin{aligned} A + B &= 60^\circ \\ A - B &= 30^\circ \\ 2A &= 90^\circ \\ A &= \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \end{aligned} $ $ \begin{aligned} A + B &= 60^\circ \\ B &= 60^\circ - A \\ B &= 60^\circ - 45^\circ \\ B &= 15^\circ \end{aligned} $
---	---

4. ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಹೇಳಿಗೆಳಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಲಘುಕೋನಗಳಾಗಿವೆ. ಈ ಹೇಳಿಗನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ.

$$\begin{aligned}
 \text{i)} \quad (\cosec \theta - \cot \theta)^2 &= \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \\
 \text{ಉತ್ತರ : LHS} &= (\cosec \theta - \cot \theta)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{\sin \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right)^2 \\
 &= \frac{(1 - \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta} = \frac{(1 - \cos \theta)^2}{(1 - \cos^2 \theta)} \\
 &= \frac{(1 - \cos \theta)(1 - \cos \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} \text{ ----- RHS}$$

ii) $\frac{\cos A}{1+\sin A} + \frac{1+\sin A}{\cos A} = 2 \sec A$

என்றால் : LHS = $\frac{\cos A}{1+\sin A} + \frac{1+\sin A}{\cos A}$

$$= \frac{\cos^2 A + (1 + \sin A)^2}{(1+\sin A)\cos A}$$

$$= \frac{\cos^2 A + 1 + \sin^2 A + 2\sin A}{(1+\sin A)\cos A}$$

$$= \frac{1 + 1 + 2\sin A}{(1+\sin A)\cos A} = \frac{2 + 2\sin A}{(1+\sin A)\cos A}$$

$$= \frac{2(1 + \sin A)}{(1+\sin A)\cos A}$$

$$= \frac{2}{\cos A} = 2 \sec A \text{ ----- RHS}$$

iii) $\frac{\tan A}{1-\cot A} + \frac{\cot A}{1-\tan A} = 1 + \sec A \cdot \cosec A$

என்றால் : LHS = $\frac{\tan A}{1-\cot A} + \frac{\cot A}{1-\tan A}$

$$= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}} + \frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{1 - \frac{\sin A}{\cos A}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}} + \frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}} \\
&= \frac{\sin^2 A}{\cos A (\sin A - \cos A)} + \frac{\cos^2 A}{\sin (\cos A - \sin A)} \\
&= \frac{\sin^2 A}{\cos A (\sin A - \cos A)} - \frac{\cos^2 A}{\sin A (\sin A - \cos A)} \\
\\
&= \frac{1}{(\sin A - \cos A)} \left[\frac{\sin^2 A}{\cos A} - \frac{\cos^2 A}{\sin A} \right] \\
&= \frac{1}{(\sin A - \cos A)} \left[\frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\cos A \cdot \sin A} \right] \\
\\
&= \frac{1}{(\sin A - \cos A)} \left[\frac{(\sin A - \cos A)(\sin^2 A + \cos^2 A + \sin A \cos A)}{\cos A \cdot \sin A} \right] \\
\\
&= \left[\frac{\sin^2 A + \cos^2 A + \sin A \cos A}{\cos A \cdot \sin A} \right] \\
\\
&= \left[\frac{1 + \sin A \cos A}{\cos A \cdot \sin A} \right] = \left[\frac{1}{\cos A \cdot \sin A} + 1 \right] \\
\\
&= 1 + \sec A \cdot \csc A \quad \text{----- RHS}
\end{aligned}$$

iv) $(\sin A + \csc A)^2 + (\cos A + \sec A)^2 = 7 + \tan^2 A + \cot^2 A$

证 : LHS = $(\sin A + \csc A)^2 + (\cos A + \sec A)^2$

$$\begin{aligned}
&= \sin^2 A + \csc^2 A + 2\sin A \cdot \csc A + \cos^2 A + \sec^2 A + 2\cos A \cdot \sec A \\
&= \sin^2 A + \cos^2 A + 2\sin A \cdot \csc A + 2\cos A \cdot \sec A + \csc^2 A + \sec^2 A \\
&= 1 + 2 \times 1 + 2 \times 1 + 1 + \cot^2 A + 1 + \tan^2 A \\
&= 1 + 2 + 2 + 1 + 1 + \cot^2 A + \tan^2 A \\
&= 7 + \tan^2 A + \cot^2 A \quad \text{----- RHS}
\end{aligned}$$

$$v) \quad \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A$$

எனதே : LHS = $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}}$

$$= \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A} \times \frac{1+\sin A}{1+\sin A}} = \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{(1-\sin^2 A)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{\cos^2 A}}$$

$$= \frac{1+\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$= \sec A + \tan A \text{ ----- RHS}$$

12. ಶ್ರೀಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು

1. 1.5m ಎತ್ತರವಿರುವ ವೀಕ್ಷಕರೊಬ್ಬರು ಚಿಮಣಿಯಿಂದ 28.5m ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದಾರೆ. ಚಿಮಣಿಯ ಮೇಲ್ತುದಿಗೆ ಅವರ ಕಣ್ಣಿನಿಂದ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 45° ಆಗಿದೆ. ಚಿಮಣಿಯ ಎತ್ತರವೇನು?

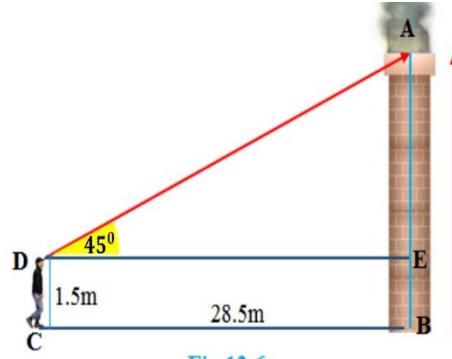
ಉತ್ತರ : ಚಿಮಣಿಯ ಉದ್ದ = $AE + BE$

ಚಿಮಣಿ ಮತ್ತು ವೀಕ್ಷಕನ ನಡುವಿನ ದೂರ = $CB = DE = 28.5m$

ವೀಕ್ಷಕನ ಉದ್ದ = $DC = BE = 1.5m$

ಲಂಬಕೋನ ΔADE , ನಲ್ಲಿ $\tan 45^\circ = \frac{AB}{BE}$
 $1 = \frac{AB}{28.5}$
 $AB = 28.5m$

ಚಿಮಣಿಯ ಉದ್ದ = $AE + BE = 28.5 + 1.5 = 30m$



2. ಒಬ್ಬ ಸರ್ಕಾರಿ ಕಲಾವಿದನು, ನೇರ ಸ್ತಂಭದಿಂದ ಹಿಗ್ಗಿ ನೆಲಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಿರುವ 20 m ಉದ್ದದ ಹಗ್ಗದ ಮೇಲೆ ಹತ್ತುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ನೆಲದೊಂದಿಗೆ ಹಗ್ಗದ ನಡುವಿನ ಕೋನವು 30° ಆದರೆ, ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ = AB

ಲಂಬಕೋನ ΔABC , ನಲ್ಲಿ

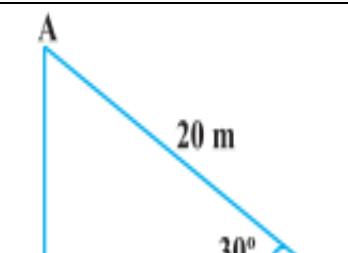
$$\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AB}{20}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{20}{2}$$

$$\Rightarrow AB = 10$$

ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ = 10 m



ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ = 10 m

3. ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ 30 m ದೂರದ ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, ಗೋಪುರದ ತುದಿಯನ್ನು ಸೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 30° ಆದರೆ, ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

<p>ಉತ್ತರ : $\text{ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ} = AB$</p> <p>ಲಂಬಕೋನ ΔABC, ನ್ನಲ್ಲಿ</p> $\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{30}$ $\Rightarrow AB = 10\sqrt{3}$ <p>$\text{ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ} = 10\sqrt{3} \text{ m}$</p>	
---	--

4. ಗುತ್ತಿಗೀದಾರರೊಬ್ಬರು ಉದ್ದಾನವನದಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿ ಎರಡು ಜಾರುಬಂಡೆಗಳನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸಲು ಯೋಜಿಸು ತ್ವರೆ. 5 ವರ್ಷದ ಕೆಳಗಿನ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಇಳಿಜಾರು ಸುಮಾರು 1.5m ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ನೆಲಕ್ಕೆ 30° ಓರ್ಕೋನ ಉಂಟಾಗುವಂತೆ ಹಾಗೂ ಹಿರಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಜಾರುಬಂಡೆ ಸುಮಾರು 3m ಎತ್ತರ ಹಾಗೂ ನೆಲಕ್ಕೆ 60° ಓರ್ಕೆಯಾಗಿರುವಂತೆ ಸ್ಥಾಪಿಸಲು ಇಷ್ಟಪಡುತ್ವಾರೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಜಾರುಬಂಡೆಯ ಉದ್ದ್ವಷ್ಟು?

<p>ಉತ್ತರ : ಜಾರುಬಂಡೆಗಳ ಉದ್ದ್ವಷ್ಟು = AC ಮತ್ತು PR</p> <p>ಲಂಬಕೋನ ΔABC, ನ್ನಲ್ಲಿ</p> $\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1.5}{AC}$ $\Rightarrow AC = 1.5 \times 2 = 3 \text{ m}$ <p>ಲಂಬಕೋನ ΔPQR, ನ್ನಲ್ಲಿ</p> $\sin 60^\circ = \frac{PQ}{PR} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{PR}$ $\Rightarrow PR = 2\sqrt{3} \text{ m}$ <p>ಜಾರುಬಂಡೆಯ ಉದ್ದ್ವಷ್ಟು = 3 m ಮತ್ತು $2\sqrt{3} \text{ m}$</p>	
---	--

5. ಬಿರುಗಳಿಗೆ ಸಿಕ್ಕಿ ಒಂದು ಮರವು ಮುರಿದು, ನೆಲಕ್ಕೆ ತಾಗಿದಾಗ ನೆಲದೊಂದಿಗೆ 30° ಕೋನ ವನ್ನು ಉಂಟಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಮರದ ತುದಿಯು ಮರದ ಬುಡದಿಂದ 8 m ದೂರದಲ್ಲಿ ನೆಲಕ್ಕೆ ತಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಮುರಿದು ಬೀಳುವ ಮುನ್ನ ಮರದ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟಿಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮುರಿದು ಬೀಳುವ ಮುನ್ನ ಮರದ ಎತ್ತರ = $AC = AB + BC$

ಮರದ ಬುಡಿದಿಂದ ಮರದ ತುದಿಯ ನಡುವಿನ ದೂರ = $CD = 8\text{m}$

ಲಂಬಕೋನ $\Delta ABCD$, ನ್ನು

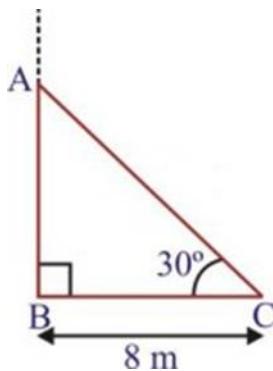
$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{CD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{8} \Rightarrow BC = \frac{8}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{CD}{BD} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{BD} \Rightarrow BD = \frac{16}{\sqrt{3}} \text{ m} = AB$$

ಮುರಿದು ಬೀಳುವ ಮುನ್ನ ಮರದ ಎತ್ತರ $AC = AB + BC$

$$\text{ಮುರಿದು ಬೀಳುವ ಮುನ್ನ ಮರದ ಎತ್ತರ } AC = \frac{16}{\sqrt{3}} + \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} \text{ m}$$



6. ಸಮುದ್ರ ಮಟ್ಟಿದಿಂದ 75m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ದೀಪಸ್ಥಂಭವೊಂದರ ಮೇಲಿನಿಂದ ಎರಡು ಹಡಗುಗಳನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನಗಳು ತ್ರಿಮಾಗಿ 30° ಮತ್ತು 45° ಆಗಿದೆ. ದೀಪಸ್ಥಂಭದ ಒಂದೇ ಪಾಶ್ಚಾದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹಡಗಿನ ಹಿಂದೆ ಮತ್ತೊಂದಿಧ್ವರೆ ಎರಡು ಹಡಗುಗಳಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ದೀಪಸ್ಥಂಬದ ಎತ್ತರ = AB

ಲಂಬಕೋನ ΔABC , ನ್ನು

$$\tan 45^\circ = \frac{75}{BC}$$

$$1 = \frac{75}{BC}$$

$$\Rightarrow BC = 75\text{m}$$

ಲಂಬಕೋನ ΔABD , ನ್ನು

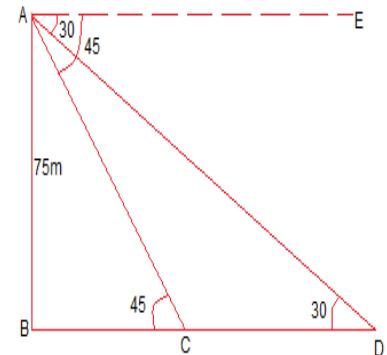
$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{75}{BD}$$

$$\Rightarrow BD = 75\sqrt{3} \text{ m}$$

$$CD = BD - BC = (75\sqrt{3} - 75)\text{m}$$

$$= 75(\sqrt{3} - 1)\text{m}$$



7. ಗಳಿಷಟವೋಂದು ನೆಲದ ಮೇಲನಿಂದ 60 m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಹಾರಾಡುತ್ತಿದೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಲಾದ ದಾರವನ್ನು ತಾತ್ಪರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ನೆಲದ ಮೇಲನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿನ ಗೊಟಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಿದೆ. ದಾರವು ನೆಲದೊಂದಿಗೆ 60° ಯ ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದೆ. ದಾರವು ಸಡಿಲ ವಾಗಿಲ್ಲವೆಂದು ಭಾವಿಸಿ, ದಾರದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿರಿ.

$$\text{ಉತ್ತರ : } \text{ದಾರದ ಉದ್ದ} = AC,$$

$$\text{ಗಳಿಷಟದ ಎತ್ತರ} = 60\text{m}$$

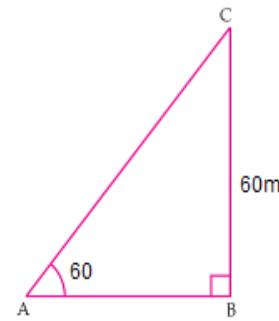
ಲಂಬಕೋನ ΔABC , ನಲ್ಲಿ

$$\sin 60^\circ = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{60}{AC}$$

$$AC = \frac{2 \times 60}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AC = 40\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\text{ದಾರದ ಉದ್ದ} = 40\sqrt{3} \text{ m.}$$



13. ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

1. ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ

ನೇರ ವಿಧಾನ: ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ: ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ: ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$

2. ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕ = $L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$

3. ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಂಕ = $L + \left[\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right] \times h$

1. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂಶರ	5 -15	15 -25	25 -35	35 -45	45 -55
(ಅವೃತ್ತಿ)	2	3	6	5	4

ಉತ್ತರ : “ನೇರ ವಿಧಾನ”

ವರ್ಗಾಂಶರ	ಅವೃತ್ತಿ f_i	ಮಧ್ಯ ಚಿಂದು - x_i	$f_i x_i$
5 -15	2	10	20
15 -25	3	20	60
25 -35	6	30	180
35 -45	5	40	200
45 -55	4	50	200
$\sum f_i = 20$		$\sum f_i x_i = 660$	

$$\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = \frac{660}{20}$$

$$\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = 33$$

2. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂಶ	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 -60
(ಅಷ್ಟಿ)	8	9	10	7	6

ಲುತ್ತರ : ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ:									
ವರ್ಗಾಂಶ	ಅಷ್ಟಿ f_i	ಮೆಧ್ಯ ಬಿಂದು x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$					
10 - 20	8	15	15 - 35 = -20	- 160					
20 - 30	9	25	25 - 35 = -10	- 90					
30 - 40	10	35	35 - 35 = 0	000					
40 - 50	7	45	45 - 35 = 10	70					
50 - 60	6	55	55 - 35 = 20	120					
$\sum f_i = 40$		$\sum f_i d_i = -60$							
ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ $a = 35$									
ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$									
ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 35 + \frac{(-60)}{40}$									
ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 35 - 1.5$									
ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 33.5$									

3. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂಶ	51 -54	55 -59	60 -64	65 -69	70-74
(ಅಷ್ಟಿ)	3	6	5	4	2

ಉತ್ತರ :

ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ:

ವರ್ಗಾಂಶರ		ಅಪ್ಯತ್ರಿ f_i	ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
50 - 54		3	52	52 - 62 = -10	- 2	- 6
55 - 59		6	57	57 - 62 = -5	- 1	- 6
60 - 64		5	62	62 - 62 = 0	0	00
65 - 69		4	67	67 - 62 = 5	1	4
70 - 74		2	72	72 - 62 = 10	2	2
	$\sum f_i = 20$				$\sum f_i u_i = -6$	
	ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ $a = 62$ $\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$ $\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = 62 + \frac{(-6)}{20} \times 5$ $\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = 62 - 1.5$ $\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = 61.5$					

4. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

	ವರ್ಗಾಂಶರ	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
	(ಅಪ್ಯತ್ರಿ)	5	6	10	4	3
ವರ್ಗಾಂಶರ	ಅಪ್ಯತ್ರಿ f					
10 - 20	5					
20 - 30	6 (f_0)					
L 30 - 40	10 (f_1)					
40 - 50	4 (f_2)					
50 - 60	3					

ಬಹುಲಕ $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$
 ಬಹುಲಕ $= 50 + \left[\frac{10 - 6}{2 \times 10 - 6 - 4} \right] \times 10$
 ಬಹುಲಕ $= 50 + \left[\frac{4}{20 - 10} \right] \times 10$
 ಬಹುಲಕ $= 50 + \frac{40}{10} = 50 + 4$
 ಬಹುಲಕ $= 54$

5. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾರ್ಥವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

	ವರ್ಗಾಂಶರ	30 -40	40 -50	50 -60	60 -70	70 -80
	(ಅಪ್ಯತ್ತಿ)	5	9	12	8	6
ವರ್ಗಾಂಶರ	ಅಪ್ಯತ್ತಿ f	ಸಂಚಿತ ಅಪ್ಯತ್ತಿ cf				
30 - 40	5	5 (1 - 5)				
40 - 50	9	14 cf (6 - 14)				
50 - 60	12 f	26 (15 - 26)				
60 - 70	8	34 (27 - 34)				
70 - 80	6	40 (35 - 40)				
$N = 40$						
ಮಧ್ಯಾರ್ಥ = $L + \left[\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right] \times h$						
ಮಧ್ಯಾರ್ಥ = $50 + \left[\frac{20-14}{12} \right] \times 10$						
ಮಧ್ಯಾರ್ಥ = $50 + \left[\frac{6}{12} \right] \times 10$						
ಮಧ್ಯಾರ್ಥ = $50 + 5$						
ಮಧ್ಯಾರ್ಥ = 55						

$$\frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$L = 50 ,$$

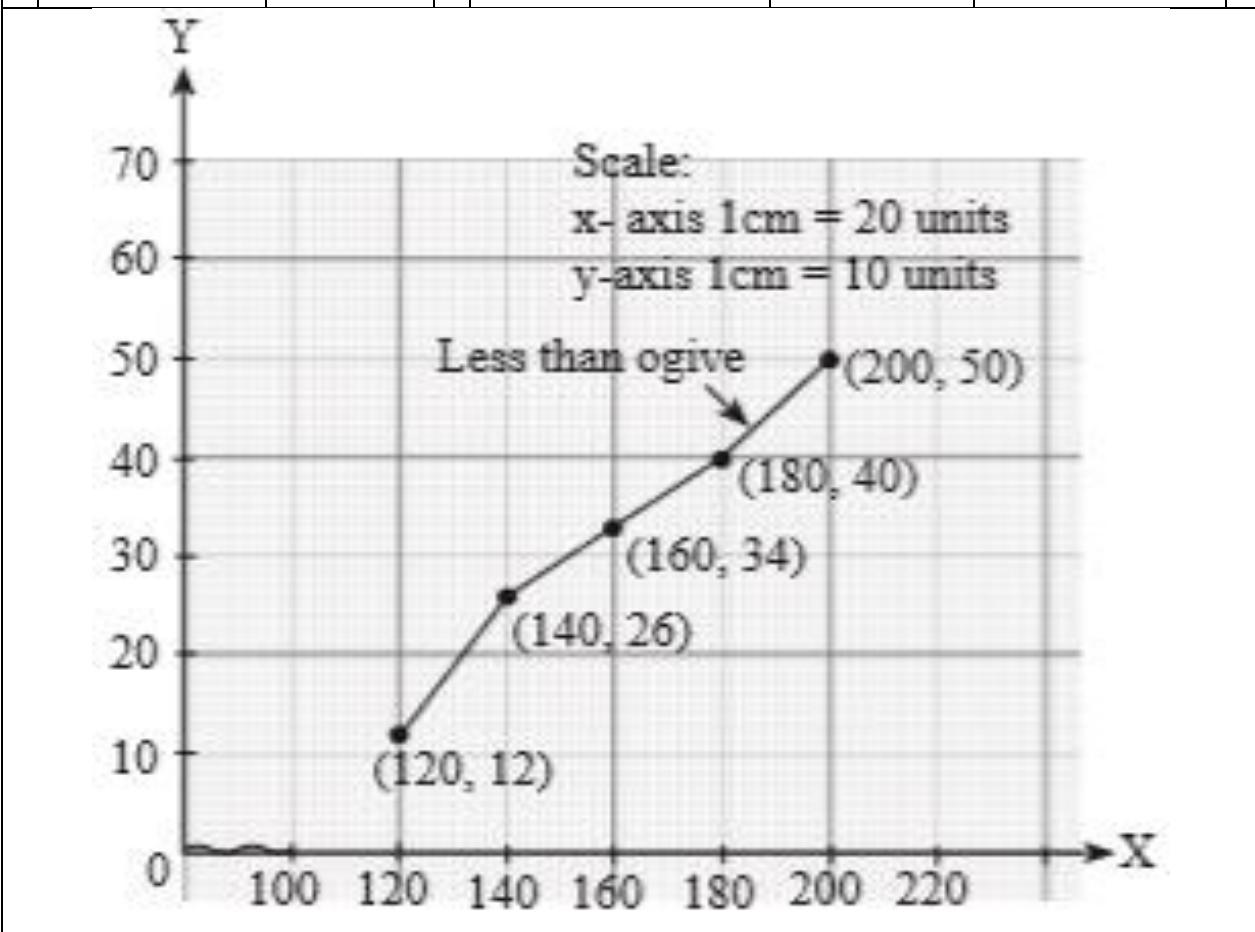
$$Cf = 14 ,$$

$$f = 12 ,$$

$$h = 10$$

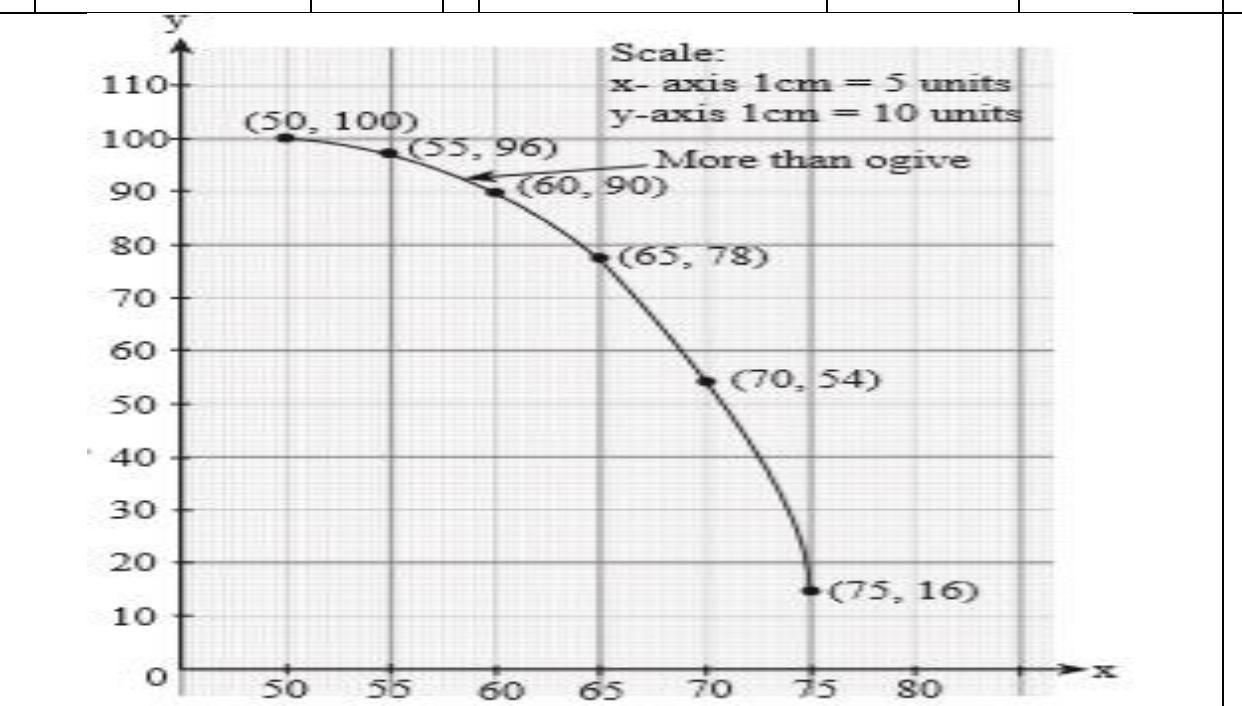
ಈ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯನ್ನು “ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ” ಸಂಚಿತ ಅವೃತ್ತಿ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಮತ್ತು
ಅದರ ಓಟೀಎ ಎಳೆಯಿರಿ.

	ದ್ವೇನಂದಿನ ಆದಾಯ	ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ		ದ್ವೇನಂದಿನ ಆದಾಯ	ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಚಿತಅವೃತ್ತಿ
1	100–120	12		120 ಕ್ಕಿಂತಕಡಿಮೆ	12	12
	120–140	14		140 ಕ್ಕಿಂತಕಡಿಮೆ	14	26
	140–160	8		160ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	8	34
	160–180	6		180ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	6	40
	180–200	10		200ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	10	50



ಕರ್ನಾಟಕ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಮತ್ತು
ಅಧಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ವಿಧಾನದ್ವಾರಾ ಸಂಚಿತ ಅವೃತ್ತಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಮತ್ತು
ಇದರ ಒಜ್ಜೀವೆ ಎಳೆಯಿರಿ

	ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳಂವರಿ (kg/ ha ನಷ್ಟಿ)	ಹೊಲ ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳಂವರಿ (kg/ ha ನಷ್ಟಿ)	ಹೊಲ ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಚಿತಅವೃತ್ತಿ
2	50 – 55	2	50ಕ್ಕಿಂತಅಧಿಕ	2	100
	55 – 60	8	55ಕ್ಕಿಂತಅಧಿಕ	8	98
	60 – 65	12	60ಕ್ಕಿಂತಅಧಿಕ	12	90
	65 – 70	24	65ಕ್ಕಿಂತಅಧಿಕ	24	78
	70 – 75	38	70ಕ್ಕಿಂತಅಧಿಕ	38	54
	75 – 80	16	75ಕ್ಕಿಂತಅಧಿಕ	16	16



ಕೆಳಗಿನ ವಿಶರಣೆಯು ಒಂದು ಪ್ರದೇಶದ ಮಕ್ಕಳ ದಿನನಿತ್ಯದ ಕ್ಷೇತ್ರಾನ್ವಯ ಹಣವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಸರಾಸರಿ ಕ್ಷೇತ್ರಾನ್ವಯ ಹಣವು 18 ಅದರೆ ಬಿಟ್ಟು ಹೋಗಿರುವ ಆವೃತ್ತಿ f ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದಿನನಿತ್ಯದ ಕ್ಷೇತ್ರಾನ್ವಯ ಹಣ	11 - 13	13 - 15	15 - 17	17 - 19	19 - 21	21 - 23	23 - 25
ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ	7	6	9	13	f	5	4

ಉತ್ತರ :

ವರ್ಗಾಂಶ	ಆವೃತ್ತಿ f_i	ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು - x_i	$f_i x_i$
11 - 13	7	12	84
13 - 15	6	14	84
15 - 17	9	16	144
17 - 19	13	18	234
19 - 21	f	20	20 f
21 - 23	5	22	110
23 - 25	4	24	96
$\sum f_i = 44 + f$		$\sum f_i x_i = 752 + 20 f$	

$$\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = 18$$

$$\text{ಸರಾಸರಿ } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$18 = \frac{752 + 20f}{44 + f}$$

$$18(44 + f) = 752 + 20f$$

$$792 + 18f = 752 + 20f$$

$$18f - 20f = 752 - 792$$

$$-2f = -40,$$

$$f = \frac{40}{2}$$

$$f = 20$$

14.ಸಂಭವನೀಯತೆ

ಸಂಭವನೀಯತೆ

ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸ್ವದಾಂತರಿಕ ಸಂಭವನೀಯತೆ E ಯನ್ನು $P(E)$ ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಈ ರೀತಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

$P(E) = \frac{\text{ಘಟನೆ } 'E' \text{ ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಘಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲ ಸಾಧ್ಯ ಘಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆ

ಪ್ರಯೋಗದ ಒಂದು ಘಲಿತವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಘಟನೆಯನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ

ಸಂಭವಿಸಲು ಅಸಾಧ್ಯವಾದ ಘಟನೆಯನ್ನು ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು '0'.

ಖಚಿತ ಘಟನೆ ಅಥವಾ ನಿಶ್ಚಯಿತ ಘಟನೆ

ಖಚಿತವಾಗಿ (ಅಥವಾ ನಿಶ್ಚಯಿತವಾಗಿ) ಸಂಭವಿಸಬಹುದಾದ ಒಂದು ಘಟನೆಯನ್ನು ಖಚಿತ ಘಟನೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಖಚಿತ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳು

ಒಂದು ಘಟನೆ E ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಮತ್ತು ' E ಅಲ್ಲದ' ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ನಿರೂಪಿಸುತ್ತೇವೆ.

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$

ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಪರ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತವಾದುದನ್ನು ಆಯ್ದುಮಾಡಿ ಅದರ ಕ್ರಮಾಂಕ ರದ್ದೊಂದಿಗೆ ಒರೆಯಿರಿ.

1. ವಿಚಿತ ಫಾಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

A] 0 B] 1 C] 0.5 D] -1

ಉತ್ತರ : A] 0

2. ಅಸಂಭವ ಫಾಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

A] 0 B] 1 C] 0.5 D] 2

ಉತ್ತರ : B] 1

3. ಒಂದು ಪಂದ್ಯವನ್ನು ಗೆಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ 0.84 ಆದರೆ ಆ ಪಂದ್ಯವನ್ನು ಸೋಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ

A] 0.84 B] 0.26 C] 8.4 D] 0.16

ಉತ್ತರ : A] 0.16

4. ಒಂದು ಫಾಟನೆ E ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಮತ್ತು ‘Eಅಲ್ಲದ’ ಫಾಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

A] 0 B] 100 C] 1 D] -1

ಉತ್ತರ : C] 1

5. $P(E)=0.36$ ಆದರೆ $P(\bar{E})$ ಚೆಲೆ

A] 0.64 B] 0.54 C] 3.6 D] 6.4

ಉತ್ತರ : A] 0.64

ఈ కెళగిన ప్రత్యేగళిగే ఉత్కరిశి.

1. ఒందు నాణ్యవన్న ఒందు సల చిమ్మిదాగ, ఒందు శిరవన్న పడేయువ సంభవనీయతెయన్న కండుహిదియిరి.

పరిషార: ఒట్టు ఫలితగళ సంఖ్య = 2 - శిర (H) మత్తు ముజ్చు (T).

‘ఒందు శిరవన్న పడేయువ ఘటన’ E ఆగిరలి.

‘E’ గే అనుకూలిసువ ఫలితగళ సంఖ్య = 1

$$\text{ఒందు శిర పడేయువ సంభవనీయతె, } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

2. ఒందు పెట్టిగేయల్లి 3 నీలి, 2 బిళి మత్తు 4 కెంపు గోలిగళవే. పెట్టిగేయింద యాదృచ్ఛికవాగి ఒందు గోలియన్న తెగెదరే, అదు

(i) బిళి (ii) నీలి (iii) కెంపు ఆగిరువ సంభవనీయతె కండు హిదియిరి.

పరిషార: ఒట్టు ఫలితగళ సంఖ్య = 3+2+4=9

(i) బిళి

బిళి గోలి పడేయువ ఘటన’ A ఆగిరలి.

‘A’ గే అనుకూలిసువ ఫలితగళ సంఖ్య = 2

$$\text{బిళిగోలి పడేయువ సంభవనీయతె, } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{9}$$

(ii) నీలి

నీలి గోలి పడేయువ ఘటన’ B ఆగిరలి.

‘B’ గే అనుకూలిసువ ఫలితగళ సంఖ్య = 3

$$\text{నీలిగోలి పడేయువ సంభవనీయతె, } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(iii) కెంపు

కెంపు గోలి పడేయువ ఘటన’ C ఆగిరలి.

‘C’ గే అనుకూలిసువ ఫలితగళ సంఖ్య = 2

$$\text{కెంపుగోలి పడేయువ సంభవనీయతె, } P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{4}{9}$$

3. ಆಟದಲ್ಲಿ ಒಂದು (ಬಾಣವು) ಚಕ್ರಾರವಾಗಿ ತಿರುಗಿ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ಈ ಅಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವಂತೆ ನಿಶ್ಚಲವಾಗುತ್ತದೆ , ಸೂಚಕವು (i) ಸಂಖ್ಯೆ 8 ನ್ನು (ii) ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ (iii) 2 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- ಪರಿಹಾರ: ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ=8

(i) ಸಂಖ್ಯೆ 8

ಸಂಖ್ಯೆ 8 ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ' A ಆಗಿರಲಿ.

'A' ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =1

$$\text{ಸಂಖ್ಯೆ 8 ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ, } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

(ii) ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ

ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ' B ಆಗಿರಲಿ.

'B' ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =4

$$\text{ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ, } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(iii) 2ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಸಂಖ್ಯೆ

2ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ' C ಆಗಿರಲಿ.

'C' ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =6

$$\text{2ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ, } P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

4. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಸಲ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ.

(i) ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ

(ii) 2 ಮತ್ತು 6 ರ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ

(iii) ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ=6

(i) ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ' A ಆಗಿರಲಿ.

'A' ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =3

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(ii) 2 ಮತ್ತು 6 ರ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆ

2 ಮತ್ತು 6 ರ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಘಟನೆ' B ಆಗಿರಲಿ.

'B' ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =3

2 ಮತ್ತು 6 ರ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ, $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(iii) ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ

ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ' C ಆಗಿರಲಿ.

'C' ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =3

ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ, $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

5. ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 3 ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 5 ಕಮ್ಮು ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಚೀಲದಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ತೆಗೆದ ಚೆಂಡು (i) ಕೆಂಪು (ii) ಕೆಂಪು ಅಲ್ಲದ ಚೆಂಡು ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ=3+5=8

(i) ಕೆಂಪು ಚೆಂಡು

ಕೆಂಪುಚೆಂಡು ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ' A ಆಗಿರಲಿ.

'A' ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =3

ಕೆಂಪುಚೆಂಡು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$

(ii) ಕೆಂಪುಚೆಂಡು ಅಲ್ಲದ (ಅಂದರೆ ಕಮ್ಮು ಚೆಂಡು)

ಕೆಂಪುಚೆಂಡು ಅಲ್ಲದ (ಅಂದರೆ ಕಮ್ಮು ಚೆಂಡು) ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ' B ಆಗಿರಲಿ.

'B' ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =5

ಕೆಂಪುಚೆಂಡು ಅಲ್ಲದ (ಅಂದರೆ ಕಮ್ಮು ಚೆಂಡು ಪಡೆಯುವ) ಸಂಭವನೀಯತೆ,

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{8}$

6. 12 ದೋಷಮಾರಿತ ಪೇನ್‌ಗಳು ಆಕ್ಸಿಕವಾಗಿ 132 ಉತ್ತಮ ಪೇನ್‌ಗಳೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಕೊಂಡಿವೆ. ಒಂದು ಪೆನ್ನನ್ನು ನೋಡಿದ ಕೂಡಲೇ ಅದು ದೋಷಮಾರಿತವೇ? ಅಲ್ಲವೇ? ಎಂಬುದನ್ನು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಪೆನ್ನನ್ನು ಗುಂಪಿನಿಂದ ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಹೊರತೆಗೆದ ಪೇನ್ ಉತ್ತಮವಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $12 + 132 = 144$

‘ಅವಿನ್ಯಾಸ ಪೇನ್ ಪಡೆಯುವ ಫಲನೆ’ A ಆಗಿರಲಿ.

‘A’ ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 132

$$\text{ಅವಿನ್ಯಾಸ ಪೇನ್ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ}, P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{132}{144} = \frac{11}{12}$$

7. ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ. ಮೇಲೆ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 8 ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 36

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 8 ಪಡೆಯುವ ಫಲನೆ’ A ಆಗಿರಲಿ.

‘A’ ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 5

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 8 ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

15: ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು

ಸೂತ್ರಗಳ ಪಟ್ಟಿ

ಕ್ರ. ಸಂ	ಘನಾಕೃತಿ	ಪಾ.ಮೇ.ವಿ	ಮೂ.ಮೇ.ವಿ	ಘನಫಲ
1	ಚೋಕ ಘನ	$4a^2$	$6a^2$	a^3
2	ಆಯತಫಲ	$2lb + 2lh$	$2lb + 2lh + 2bh$	lbh
3	ಸಿಲಿಂಡರ್	$2\pi rh$	$2\pi r^2 + 2\pi rh$	$\pi r^2 h$
4	ಶಂಕು	πrl	$\pi r^2 + \pi rl$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
5	ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ	$\pi(r_1 + r_2)l$	$\pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi(r_1 + r_2)l$	$\frac{1}{3}\pi(r_2^2 + r_2^2 + r_1 r_2)h$
6	ಮೂಳಣಗೋಳ	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
7	ಅರ್ಧಗೋಳ	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$

ಮುಖ್ಯಾಂಶಗಳು

- ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ಮೇಲೆ ನಲ್ಲಿ ಕಾಣುವ ಮುಖಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಘನಫಲವು ಅದರ ಪ್ರಟಿಕ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಘನಫಲಗಳ ಮೊತ್ತ/ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಒಂದು ಘಲಾಕೃತಿಯನ್ನು ಒಂದು ಆಕೃತಿಯಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಆಕೃತಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಘನಫಲಗಳು ಸಮಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಪರ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಕ್ತವಾದುದನ್ನು ಆಯ್ದುಮಾಡಿ ಅದರ ಕ್ರಮಾಕ್ಷರದೊಂದಿಗೆ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ಒಂದೇ ಒಂದು ಮೇಲ್ಮೈಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಘನಾಕೃತಿ

A] ಗೋಳ

B] ಅರ್ಧಗೋಳ

C] ಸಿಲಿಂಡರ್

D] ಶಂಕು

ಉತ್ತರ : A] ಗೋಳ

(ii) ಎರಡು ಗೋಳಿಗಳ ಘನಫಲಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವು $64 : 27$ ಆದರೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವು

- A] 2:3 B] 64:27 C] 4:3 D] 16:9

ಉತ್ತರ : D] 16:9

(iii) ಎರಡು ಗೋಳಿಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವು $2:3$ ಆದರೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವು

- A] 2:3 B] 3:2 C] 4:9 D] 16:9

ಉತ್ತರ : C] 4:9

(iv) ಸಮನಾದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತ

- A] 2:3 B] 1:2 C] 3:1 D] 1:3

ಉತ್ತರ : C] 3:1

ಶಃ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

1. 64 cm^3 ಘನಫಲವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 2 ಪಗ್ಗ ಘನಗಳ ಮುಖಿಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿ ಮಾಡಿದೆ. ಶಃ ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

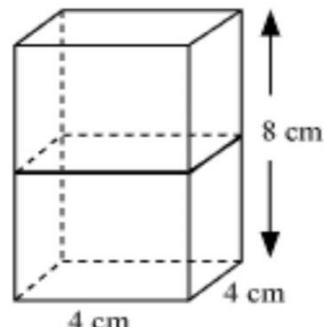
ಪರಿಹಾರ:

$$\text{ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲ} = a^3$$

$$64 \text{ cm}^3 = a^3$$

$$a = 4 \text{ cm}$$

$$l = 8\text{cm} \quad b = 4\text{cm} \quad h = 4\text{cm}$$



$$\text{ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 2lb + 2lh + 2bh$$

$$= 2 \times 8 \times 4 + 2 \times 8 \times 4 + 2 \times 4 \times 4$$

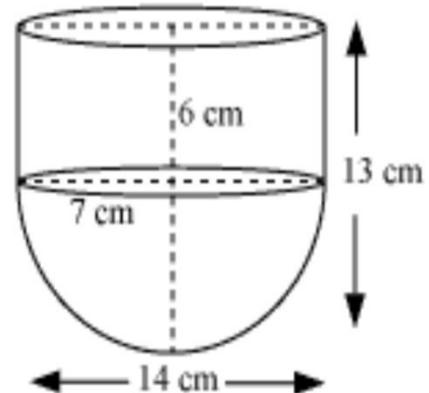
$$= 64 + 64 + 32 = 160 \text{ cm}^2$$

2. ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯ ಆಕಾರವು ಟೋಳಾಡ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಒಂದು ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಟೋಳಾಡ ಅಧ್ಯಗೋಳಾಕೃತಿಯನ್ನು ಕೊಡಿಸಿ ಮಾಡಿದೆ. ಅಧ್ಯಗೋಳದ ವ್ಯಾಸವು 14 cm ಮತ್ತು ಪಾತ್ರೆಯ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರವು 13 cm ಇದೆ. ಈ ಪಾತ್ರೆಯ ಒಳ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $r = 7\text{cm}$, $h = 6\text{cm}$

$$\text{ಪಾತ್ರೆಯ ಒಳ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 6 \\ &= 308 + 264 \\ &= 572 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

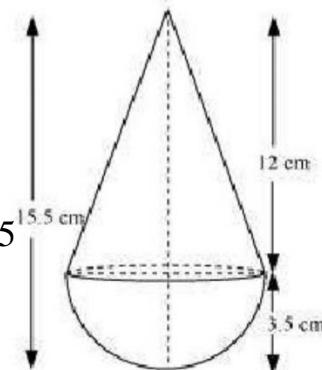


3. ಒಂದು ಅಧ್ಯಗೋಳದ ಮೇಲೆ ಅದೇ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವನ್ನು ಕೊಡಿಸಿ ಒಂದು ಅಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ಅವೆರಡರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 3.5 cm ಆಗಿದೆ. ಅಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರವು 15.5 cm ಆದರೆ ಅಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $r = 3.5\text{cm}$, $h = 12\text{ cm}$, $l = 12.5\text{ cm}$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 2\pi r^2 + \pi rl$$

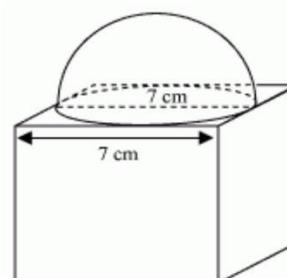
$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 + \frac{22}{7} \times 3.5 \times 12.5 \\ &= 77 + 137.5 \\ &= 214.5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



4. ಪ್ರತಿ ಅಂಚು 7 cm ಹೊಂದಿರುವ ವರ್ಗ ಫಾನಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲ್ಯಾವಿದ ಮೇಲೆ ಅಧ್ಯಗೋಳವು ಇರಿಸಿದೆ. ಅಧ್ಯಗೋಳದ ಗರಿಷ್ಟ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ? ಈ ಘೋಣ ಫಾನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $a = 7\text{cm}$, $r = 3.5\text{cm}$

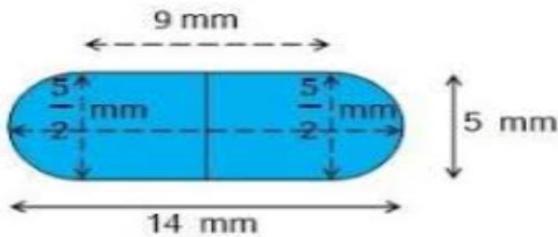
$$\begin{aligned} \text{ಒಟ್ಟು ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= 6a^2 + \pi r^2 \\ &= 6 \times 7 \times 7 + \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \end{aligned}$$



$$= 294 + 38.5$$

$$= 332.5 \text{ cm}^2$$

5. ಒಂದು ಬೈಷಡದ ಕ್ಯಾಪ್ಸಲ್‌ನ ಆಕಾರವು ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪ್ರತಿ ಪಾದಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅಧ್ಯಾಗೋಳವನ್ನು ಅಂಟಿಸಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 15.10 ನೋಡಿ). ಕ್ಯಾಪ್ಸಲ್‌ನ ಸಂಪೂರ್ಣ ಉದ್ದವು 10.5 mm ಮತ್ತು ಅದರ ವ್ಯಾಸವು 3.5 mm ಇದೆ. ಅದರ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ: $r = 1.75 \text{ mm}$, $h = 7 \text{ cm}$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 4\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75 + 2 \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 7$$

$$= 38.5 + 77$$

$$= 115.5 \text{ mm}^2$$

6. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದವನ್ನು ಶಂಕುವು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಡೇರೆಯು ಇದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸವು 2.1 m ಮತ್ತು 4 m ಕ್ರಮವಾಗಿ ಇದೆ ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 2.8 m ಅದರೆ, ಡೇರೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಬಳಸಿದ ತಾಡಪತ್ರಿ (canvas) ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಹಾಗೆಯೇ, ತಾಡಪತ್ರಿಯ ದರವು ₹ 500 ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ಆದರೆ, ತಾಡಪತ್ರಿಯನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ಬೇಕಾಗುವ ಹಣವೆಷ್ಟು? (ಡೇರೆಯ ಪಾದವನ್ನು ತಾಡಪತ್ರಿಯಿಂದ ಹಾಖಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).

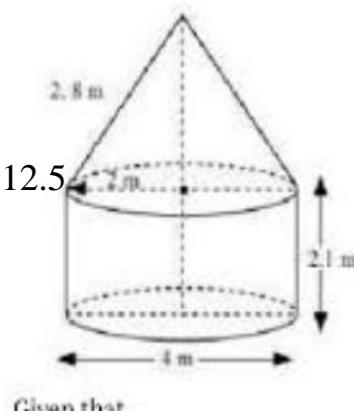
ಪರಿಹಾರ: $r = 3.5 \text{ cm}$, $h = 12 \text{ cm}$ $l = 12.5$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 2\pi r^2 + \pi rl$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 + \frac{22}{7} \times 3.5 \times 12.5$$

$$= 77 + 137.5$$

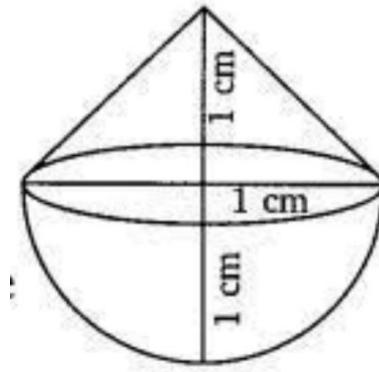
$$= 214.5$$



7. ಒಂದು ಘನದಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಗೋಳದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುವಂತೆ ಶಂಕುವು ನಿಂತಿದೆ. ಅಪ್ಪಗಳ ತ್ರಿಭುಗಳು 1 cm ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರವು ಅದರ ತ್ರಿಭುಗೆ ಸಮನಾಗಿದೆ. ಈ ಘನದ ಘನಫಲವನ್ನು π ಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $r = 1\text{ cm}$, $h = 1\text{ cm}$

$$\begin{aligned}\text{घನಫಲ} &= \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ &= \frac{2}{3}\pi(1)^3 + \frac{1}{3}\pi(1)^2(1) \\ &= \frac{2}{3}\pi + \frac{1}{3}\pi \\ &= \pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$



8. ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯು ತಲೆಕೆಳಗಾದ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ಎತ್ತರ 8 cm ಮತ್ತು ತೆರೆದ ಮೇಲ್ಮಾರ್ಗದ ತ್ರಿಭುವು 5 cm ಇದೆ. ಅದರ ಅಂಚನವರೆಗೆ ಮೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ 0.5 cm ತ್ರಿಭುವಿರುವ ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳನ್ನು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದಾಗ, ನಾಲ್ಕನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗದಷ್ಟು ನೀರು ಹೊರ ಚೆಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದ ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ: $r = 5\text{ cm}$, $h = 8\text{ cm}$

$$\begin{aligned}\text{ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ} &= \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3}\pi(5)^2(8) \\ &= \frac{200}{3}\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

$$\text{ಪಾತ್ರೆಯಿಂದ ಹೊರಚೆಲ್ಲಿದ ನೀರಿನ ಘನಫಲ} = \frac{1}{4} \cdot \frac{200}{3}\pi \text{ cm}^3 = \frac{50}{3}\pi \text{ cm}^3$$

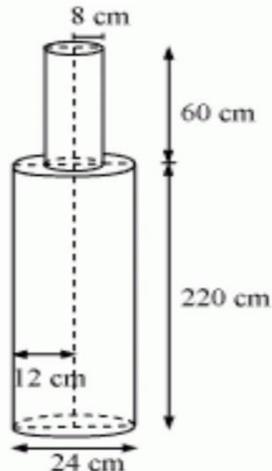
$$\begin{aligned}\text{ಗೋಳದ ಘನಫಲ} &= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(0.5)^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi(\frac{1}{2})^3 \\ &= \frac{4}{24}\pi\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{6}\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = \frac{\frac{50}{3}\pi}{\frac{1}{6}\pi} = \frac{50}{3} \cdot \frac{6}{1} = 100$$

9. ಒಂದು ಕಬ್ಜಿಂಡ ಕಂಬದ ಎತ್ತರವು 220 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸವು 24 cm ಆಗಿರುವ ಫನ್ ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಇದೆ. ಇದರ ಮೇಲೆ 60 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ತ್ರೀಜ್ಯ 8 cm ಇರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. 1 cm^3 ಕಬ್ಜಿಂಡ ಸರಿಸುಮಾರು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು 8 g ಆದರೆ ಕಂಬದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

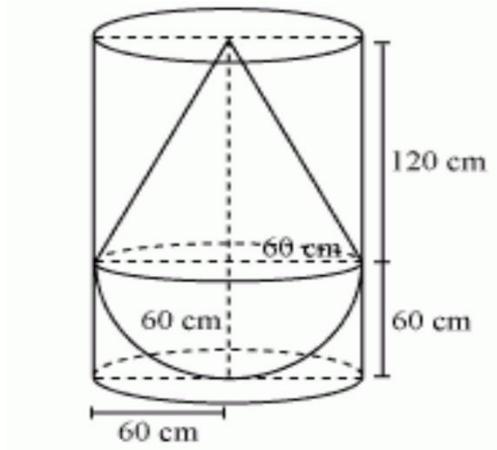
ಪರಿಹಾರ: $r_1 = 12\text{cm}$, $h_1 = 220\text{cm}$ $r_2 = 8\text{cm}$ $h_2 = 60\text{cm}$



$$\begin{aligned}
 \text{ಜೋಡಿಸಿದ ಸಿಲಿಂಡರುಗಳ ಫನ್‌ಫಲ} &= \pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2 \\
 &= 3.14 (12)^2 (220) + 3.14(8)^2 (60) \\
 &= 99475.2 + 12057.6 \\
 &= 111532.8 \text{ cm}^3 \\
 &= 111532.8(8) = 892262.4 \text{ g} \\
 &= 892.2624 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

10. 60 cm ತ್ರೀಜ್ಯವಿರುವ ಅಧರಗೋಳದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ 120 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 60 cm ತ್ರೀಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಶಂಕವನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಂಪೋಣವಾಗಿ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಿದ ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ತಳವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಈ ಫನ್‌ನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮುಳುಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರೀಜ್ಯವು 60 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರವು 180 cm ಆದರೆ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:



$$r = 60\text{cm} , H = 180\text{ cm} , h = 120\text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\text{ფასი} &= \pi r^2 H - \left(\frac{2}{3} \pi r^3 + \frac{1}{3} \pi r^2 h \right) \\ &= \frac{22}{7} \times 60^2 \times 180 - \left(\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 60^3 + \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 60^2 \times 120 \right) \\ &= 1131428.57 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

11. **4.2 cm** ტრიუმფული ტეოდა გეოზვნუ კრისი ადანუ **6 cm** ტრიუმფული სილინდრის აკარძალი მურაბა ნიედლაიძე. სილინდრის ეფურვანუ კონკურსის შესახებ.

$$\text{პრიჟარ: } r_1 = 4.2\text{cm} , \quad r_2 = 6\text{cm} , \quad h = 120\text{ cm}$$

გეოზდ ფასი = სილინდრის ფასი

$$\frac{4}{3} \pi r_1^3 = \pi r_2^2 h$$

$$\frac{4}{3} (4.2)^3 = (6)^2 h$$

$$h = 2.744 \text{ cm}$$

12. **6 cm, 8 cm** მათუ **10 cm** ტრიუმფული მინიმისტრი ტეოდა მურა გეოზგალნუ კრისი გარე ცირკულარ გეოზვნუ მადიძე. ჰერც ლინგად სამი გეოზდ ტრიუმფული კონკურსის შესახებ.

$$\text{პრიჟარ: } r_1 = 6\text{cm} , \quad r_2 = 8\text{cm} , \quad r_3 = 10\text{cm} , \quad R = 6\text{cm}$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 + \frac{4}{3} \pi r_2^3 + \frac{4}{3} \pi r_3^3$$

$$\begin{aligned}
 R^3 &= r_1^3 + r_1^3 + r_1^3 \\
 &= 6^3 + 8^3 + 10^3 \\
 &= 1728 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

13. 20 m ಆಳ ಮತ್ತು 7 m ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಬಾವಿಯನ್ನು ತೋಡಿದೆ ಮತ್ತು ಭೂಮಿಯಿಂದ ತೆಗೆದ ಮಣ್ಣನ್ನು ಸಮಾಗಿ ಹರಡಿ $22 \text{ m} \times 14 \text{ m}$ ವೇದಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ವೇದಿಕೆಯ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $r = 3.5 \text{ m} = \frac{7}{2}$, $H = 20 \text{ m}$, $l = 22 \text{ m}$, $b = 14 \text{ m}$, $h = ?$
ಸಲಿಂಡರಿನ ಫ್ರಾನ್‌ಫಲ = ಗೋಳದ ಫ್ರಾನ್‌ಫಲ

$$\pi r^2 H = l \times b \times h$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 20 = 22 \times 14 \times h$$

$$h = 2.5 \text{ m}$$

$$\text{ವೇದಿಕೆಯ ಎತ್ತರ} = 2.5 \text{ m}$$

14. 6 m ಅಗಲ ಮತ್ತು 1.5 m ಆಳ ಇರುವ ಕಾಲುವೆಯಲ್ಲಿ ನೀರು 10 km/h ಜವದಲ್ಲಿ ಹರಿಯುತ್ತಿದೆ. 8 cm ನೀರು ನಿಲ್ಲುವ ಹಾಗೆ, 30 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಹರಿಯುವ ನೀರಿನಿಂದ ಎಷ್ಟು ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನೀರಾವರಿ ಮಾಡಬಹುದು?

ಪರಿಹಾರ: $b = 6 \text{ m}$, $h = 1.5 \text{ m}$, $l = \frac{10 \times 1000}{2} = 5000 \text{ m}$, $H = 8 \text{ cm} = \frac{8}{100} \text{ m}$

$$l \times b \times h = H \times \text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

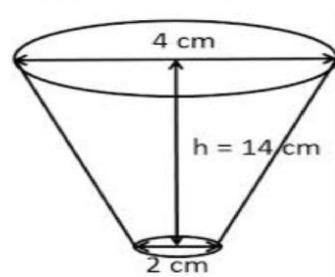
$$5000 \times 6 \times 1.5 = \frac{8}{100} \times \text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

$$\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 562500 \text{ } m^2$$

$$= 56.25 \text{ ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗಳು.}$$

15. 14 cm ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ಕುಡಿಯುವ ನೀರಿನ ಗಾಜಿನ ಲೋಟಪು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದಗಳ ವ್ಯಾಸಗಳು 4 cm ಮತ್ತು 2 cm ಗಳಾಗಿವೆ. ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಸಾಮಧ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

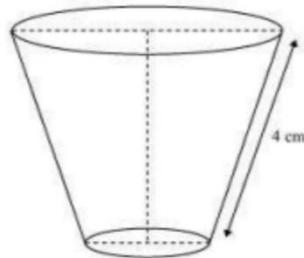
ಪರಿಹಾರ: $r_1 = 2\text{cm}$, $r_2 = 1\text{cm}$, $h = 14\text{cm}$



$$\begin{aligned}\text{ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಸಾಮಧ್ಯ} &= \frac{1}{3}\pi(r_1^2 + r_2^2 + r_1r_2)h \\ &= \frac{1}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(2^2 + 1^2 + 2 \times 1)14 \\ &= 410.67 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

16. ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರವು 4 cm ಮತ್ತು ಅದರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ (ಪರಿಧಿ)ಗಳು 18 cm ಮತ್ತು 6 cm ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾಶ್ಚಯ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:



$$c_1 = 18\text{cm} , \quad c_2 = 6\text{cm} , \quad l = 4\text{cm}$$

$$r_1 = \frac{9}{\pi}\text{cm} , \quad r_2 = \frac{3}{\pi}\text{cm}$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾಶ್ಚಯ ಮೇಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \pi(r_1 + r_2)l$$

$$\begin{aligned}&= \pi\left(\frac{9}{\pi} + \frac{3}{\pi}\right)4 \\ &= 48 \text{ cm}^2\end{aligned}$$